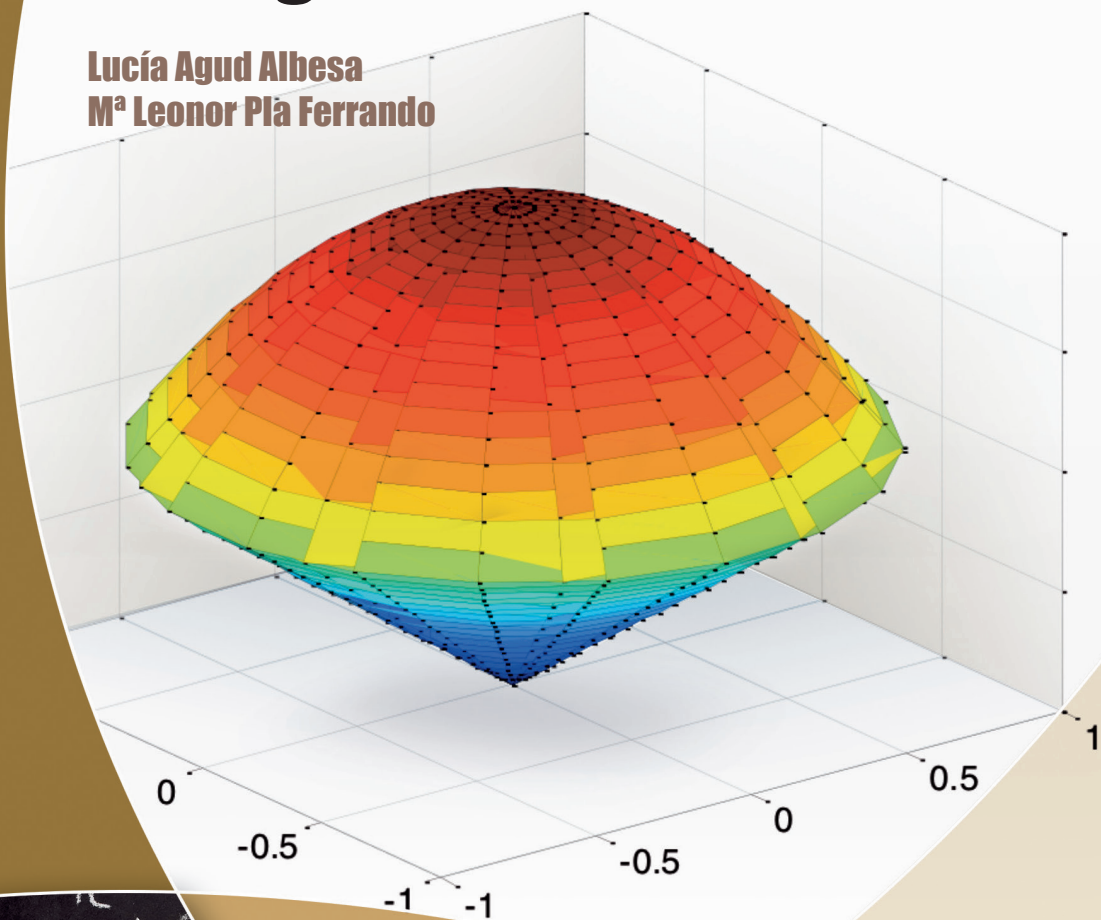


Matlab para matemáticas en ingenierías

Lucía Agud Albesa
M^a Leonor Pla Ferrando



$$= 2 \times \pi \times R \times \frac{V}{\pi R^2}$$
$$R + \pi R^2$$
$$R = \sqrt[3]{\frac{100}{3,14}} = 3,17$$
$$a(a+b)x + (4a^3)$$
$$S_1 + a \cdot b$$

Lucía Agud Albesa
M^a Leonor Pla Ferrando

Matlab para matemáticas en ingenierías

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Matemática Aplicada de la Universitat Politècnica de València

Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: AGUD ALBESA, L; PLA FERRANDO, M^a L (2015). *Matlab para matemáticas en ingenierías*. Valencia: Universitat Politècnica de València

Primera edición, 2015 (Versión impresa)
Primera edición, 2016 (Versión electrónica)

© Lucía Agud Albesa
M^a Leonor Pla Ferrando

© 2015, de la presente edición: Editorial Universitat Politècnica de València
distribución: Telf.: 963 877 012 / www.lalibreria.upv.es / Ref.: 6270_01_01_02

ISBN: 978-84-9048-421-0 (Versión impresa)
ISBN: 978-84-9048-422-7 (Versión electrónica)

Queda prohibida la reproducción, distribución, comercialización, transformación y, en general, cualquier otra forma de explotación, por cualquier procedimiento, de la totalidad o de cualquier parte de esta obra sin autorización expresa y por escrito de los autores.

*Para todas las personas
que nos han ofrecido su apoyo día a día.*

Contenido

Capítulo 1 Entorno de trabajo Matlab	5
1.1 Introducción	5
1.2 Comandos o instrucciones en Matlab.....	7
1.3 Variables y formatos	8
1.4 Variables simbólicas y numéricas	9
1.4.1 Salida matemática elegante por pantalla	12
1.4.2 Generar vectores o variables	12
1.4.3 Generar Matrices	13
1.5 Funciones	13
1.5.1 Crear funciones	13
Capítulo 2 Gráficos con Matlab	19
2.1 Introducción	19
2.2 Funciones de una variable, $y=f(x)$	20
2.2.1 Algunos Comandos para representar	20
2.2.2 Subventanas.....	26
2.3 Representación de funciones simbólicas	27
2.3.1 Representación de funciones creadas como fichero .m.....	31
2.4 Funciones a trozos: definición y representación	32
2.4.1 Función a trozos desde fichero .m.....	32
2.4.2 Función a trozos vectorizada	33
2.5 Otros comandos para dibujar curvas en el plano y curvas paramétricas: \gg <i>ezplot</i>	35
2.5.1 Curvas en paramétricas	37
2.6 Curvas planas en coordenadas polares.....	38

2.6.1	Otros comandos para curvas en coordenadas polares.....	39
2.6.2	Cambios de coordenadas rectangulares a polares	40
2.7	Relleno de regiones del plano.....	40
2.8	Funciones de varias variables. Superficies	43
2.8.1	Representación de funciones en 3D: $z=f(x,y)$. Comandos más usados .	43
2.8.2	Curvas de nivel de una superficie	44
2.8.3	Curvas en el espacio.....	45
2.8.4	Superficies de revolución	46
2.8.5	Superficies Paramétricas.....	51
2.8.6	Cambios de coordenadas a cilíndricas y esféricas y viceversa	54
2.9	Ejercicios	54
Capítulo 3	Operaciones básicas con funciones.....	57
3.1	Polinomios.....	57
3.1.1	Polinomio introducido como vector	57
3.1.2	Polinomio introducido como función	58
3.2	Dominios de funciones e inequaciones.....	61
3.2.1	Comando <code>>>solve</code>	61
3.2.2	Comando <code>>>zero</code> (resolución numérica o aproximada de ecuaciones) .	62
3.2.3	Inequaciones con valores absolutos.....	64
3.3	Simplificar, factorizar, expandir y demás operaciones algebraicas	65
3.4	Cálculo de límites	67
3.4.1	Límites laterales	67
3.4.2	Asíntotas	68
3.4.3	Límites de funciones a trozos.....	72
3.5	Números Complejos.....	74
3.6	Derivadas.....	79

3.6.1	Funciones de 1 variable	80
3.6.2	Funciones de varias variables	81
3.7	Integración	81
3.7.1	Integrales impropias	82
3.7.2	Cálculo de áreas	84
3.8	Ejercicios	85
Capítulo 4	Funciones de varias variables. Ecuaciones diferenciales.....	89
4.1	Derivación de funciones de varias variables	89
4.2	Vector gradiente	91
4.3	Matriz Jacobiana y Jacobiano.....	91
4.4	Matriz Hessiana y Hessiano	92
4.5	Puntos críticos de funciones de varias variables	95
4.6	Integración de funciones de varias variables.....	99
4.7	Ecuaciones diferenciales	103
4.7.1	Sistemas de EDO's.....	105
4.7.2	Métodos numéricos para la resolución de EDO's.....	106
4.8	Ejercicios	107
Capítulo 5	Introducción a la Estadística Descriptiva.....	111
5.1	Introducción	111
5.2	Estadísticos y representación.....	114
5.2.1	Variables estadísticas.....	114
5.3	Distribución de frecuencias.....	115
5.3.1	Representaciones gráficas	116
5.3.2	Ejemplos con Matlab de distribución de frecuencias y diagramas.....	117
5.4	Parámetros estadísticos de posición y dispersión	126
5.4.1	Parámetros estadísticos de posición	126

5.4.2	Medidas de dispersión	130
5.5	Ejercicios	135
Capítulo 6	Introducción al Álgebra matricial	139
6.1	Introducción a las matrices en Matlab.....	139
6.1.1	Generar matrices. Operaciones con matrices.....	139
6.1.2	Matrices especiales	140
6.1.3	Manipulación de matrices, submatrices	142
6.1.4	Operaciones con matrices.....	145
6.1.5	Otras funciones implementadas en Matlab.....	146
6.2	Clasificación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales	151
6.2.1	Clasificación de sistemas de ecuaciones	151
6.2.2	Resolución de sistemas usando la función: $\gg\text{inv}(A)$ o A^{-1}	154
6.2.3	Resolución de sistemas usando división matricial a la izquierda: $A \setminus b$	154
6.2.4	Resolución de sistemas usando la función: $\gg\text{solve}$	155
6.2.5	Resolución de sistemas usando la Regla de Cramer	157
6.2.6	Resolución de sistemas de ecuaciones dependientes de parámetros.....	162
6.3	Ajustes de datos (mínimos cuadrados)	164
6.4	Ejercicios	169
	Referencias bibliográficas	173

Capítulo 1

Entorno de trabajo Matlab

1.1 Introducción

Este libro consta de dos partes, una dedicada al Álgebra: matrices, determinantes, sistemas de ecuaciones, etc; y otra enfocada al análisis matemático, donde se trabajarán funciones, expresiones algebraicas, ecuaciones, derivadas e integrales. El paquete matemático que se emplea es Matlab, cuyo nombre responde a las siglas de Matrix Laboratory.

Al abrir este paquete matemático se observa que la pantalla se subdivide en varias ventanas que se detallan a continuación:

- La ventana *Command Window* (ventana central) es donde se introducirán los comandos, variables e instrucciones a realizar. Es decir, la ventana donde se trabaja.
- La ventana *Current Folder* (izquierda superior) indica el contenido del directorio en el que se está trabajando, y que salvo cambio del mismo, es donde se irá guardando el archivo o las funciones que se hayan creado.
- La ventana de *Workspace* (derecha superior) es la ventana donde se indican las variables definidas en la sesión de trabajo o ya guardadas y cargadas de otras sesiones. Para borrar alguna de ellas, se usará el comando `>>clear nombredevariable` o se selecciona la variable en esa ventana y se suprime.

- La ventana de *Command History* muestra todos los comandos y órdenes que se han introducido, permitiendo recuperarlos o bien arrastrándolos a la *Command Window* (no ejecuta), o bien haciendo doble click sobre ellos (ejecuta).

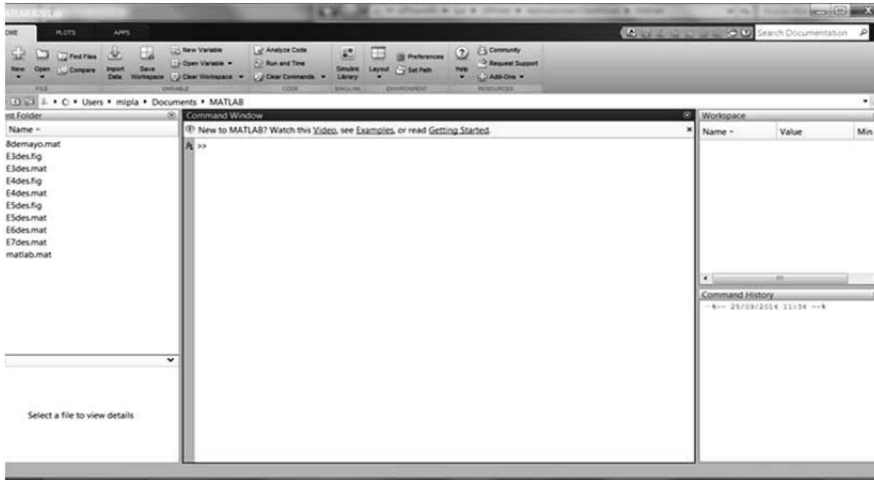


Figura 1.1 Pantalla de Matlab y ventanas

Al ejecutar el comando para representar una función, Matlab abre una nueva ventana de *Figure*, la cual se puede minimizar y mantener toda la sesión mientras se va actualizando, o bien cerrar.

Con el icono del folio o *New Script* de la barra de herramientas (primero de los iconos de la misma), también se abrirá una nueva ventana donde Matlab permite programar o crear funciones en ficheros con extensión *.m*.

La sesión de trabajo que se está realizando se puede guardar. Para ello, cuando se quiere comenzar a guardar se escribe (sin espacios en blanco en el nombre del fichero):

```
>>diary nombrefichero.txt
```

Y desde ahí hasta que se teclee `>>diary off`, guarda con el nombre indicado la sesión realizada. Si en cualquier momento se quiere volver a activar dicha sesión, bastará con poner de nuevo `>>diary on`. Por defecto, se guardará en la ruta que esté especificada en *Current Directory*.

En caso de querer guardar sólo las variables creadas en la sesión, bastará realizarlo con el comando `>>save`, o bien en *File* `>>Save Workspace`. Para recuperarlas en una nueva sesión de trabajo se cargan con el comando `>>load` y el nombre especificado cuando han sido guardadas.

1.2 Comandos o instrucciones en Matlab

Los comandos en Matlab se escriben en minúscula y sus argumentos entre paréntesis. Su escritura es en inglés y se ejecutan en cuanto se presiona la tecla *enter*.

Cuando hayan dudas de los argumentos de alguna instrucción, bastará con escribir en la ventana de comandos `>>help nombredelcomando`, como por ejemplo:

`>>help gcd` (y saldrá la ayuda de Matlab, en este caso para el cálculo del máximo común divisor).

Para recuperar alguno de los comandos introducidos, hay dos formas. Una, como ya se ha comentado, desde la ventana de *Command History*; la otra, con las teclas de desplazamiento. Las flechas de arriba y abajo, \uparrow , \downarrow recuperan los comandos. Mientras que las de izquierda y derecha, \leftarrow , \rightarrow , sirven para desplazarse dentro de la línea de edición para poder modificar las expresiones.

Para interrumpir el funcionamiento de una instrucción de MATLAB se pulsan las teclas *Control* y *C* a la vez y después *enter*. A veces, esta operación se deberá repetir.

La forma de salir de Matlab es o bien cerrar la ventana, o bien con los comandos `>>exit`, o `>>quit`. Y como siempre dándole al *enter* al final de cualquier instrucción para que así se ejecute.

Si no se quiere que la ejecución de un comando salga por pantalla, aunque sí que sea ejecutado, bastará con poner después del comando un `;`.

Al introducir una orden en la ventana *Command Window* que no quepa toda entera en una misma línea de instrucción, se puede terminar con `...` y darle a *enter*. Matlab entiende que no ha terminado la instrucción y sin aparecer el *prompt* del sistema, `>>`, permite seguir escribiendo en la línea siguiente, ejecutando luego la instrucción al darle a *enter*:

```
>> A=[1 2 3 4 5 6 7 8 9;- 1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 9 2;zeros(1,9);3*ones(1,9);...
```

```
9:-1:1]
```

```
A =
```

```

1  2  3  4  5  6  7  8  9
-1 -2 -3 -4 -5 -6 -7  9  2
0  0  0  0  0  0  0  0  0
3  3  3  3  3  3  3  3  3
9  8  7  6  5  4  3  2  1
```

Si en una línea de instrucción se introduce el símbolo `%`, cambia el color del texto y automáticamente Matlab entiende que lo que se escribe, hasta pulsar *enter*, es un comentario y no debe ser ejecutado.

1.3 Variables y formatos

Cuando se ejecuta un comando sin dar nombre a la variable que se obtiene como resultado, Matlab lo asigna a una variable que él tiene en el sistema llamada *ans*. Nunca se podrá llamar a ninguna variable con este nombre, por tenerlo ya el programa asignado. En cada ejecución sin variable de salida, Matlab irá guardando en ella ese resultado, machacando el resultado anterior. Para guardar en una variable la operación realizada, se asignará con el =

```
>>a=gcd(3,12)
```

```
a=
```

```
3
```

Automáticamente en la ventana del *Workspace* aparecerá la variable *a* e indicará su tipo y dimensión. Para asignar a este nombre de variable otro valor, simplemente o se borra y vuelve a definir o se reasigna con otro valor. Matlab es sensible a mayúsculas y minúsculas; por lo tanto *a* y *A* son dos variables distintas.

No se puede nombrar a una variable cuyo nombre ya esté siendo utilizado por Matlab o bien en una función o comando, o bien para sus variables internas. Variables ya asignadas por Matlab son, entre otras:

- i* ó *j* para la unidad imaginaria $i=\sqrt{-1}$
- pi* para el valor de π
- ans* para las variables de salida que no tengan asignación previa
- eps* como valor es $2.2204e-016$. También puede utilizarse como comando (mirar `>>help eps` en caso de querer más información)

Matlab almacena internamente los números en formato de coma flotante normalizado; es decir, notación científica tal que, la parte entera es 0 y la primera cifra decimal es distinta de cero (0.0003 sería $0.3 \cdot e03$). Generalmente, por pantalla muestra el resultado con el formato *short*, 4 dígitos decimales. Si interesa cambiar el formato, se consigue con el comando

```
>>format tipodeformato
```

Los formatos que existen en Matlab, y que usaremos generalmente, son:

<i>FORMAT SHORT</i>	<i>son 5 dígitos, contando parte entera y decimal.</i>
<i>FORMAT LONG</i>	<i>son 5 dígitos o 7</i>
<i>FORMAT SHORTE</i>	<i>son 5 dígitos en coma flotante normalizada</i>
<i>FORMAT LONGE</i>	<i>son 15 dígitos o 7 en coma flotante normalizada</i>
<i>FORMAT SHORTG</i>	<i>elige el mejor formato con 5 dígitos de salida (adecuado si trabajas en un vector con números de diferentes longitudes)</i>
<i>FORMAT +</i>	<i>saca por pantalla los signos, +, - y espacios en blanco</i>
<i>FORMAT RAT</i>	<i>pone el valor en forma racional.</i>

Si se quiere obtener más información sobre los formatos de Matlab, el programa la proporciona escribiendo

```
>> help format
```

1.4 Variables simbólicas y numéricas

Cuando en Matlab se quiere trabajar con una variable como tal, ha de definirse como simbólica. En caso contrario Matlab pediría valores para esa variable y daría un mensaje de error. Si se quiere introducir una función de forma que la variable x no tome valores concretos hasta cuando se requiera, existe el comando `>>sym`, o se declara la variable como simbólica de cualquiera de las dos formas siguientes:

```
>>x=sym('x'),
```

o bien `>>syms x`

De la segunda forma, es posible declarar todas las variables simbólicas en una misma sentencia, separadas por espacios en blanco.

Dar un valor concreto a esta variable para que deje de ser simbólica, y así conocer el valor numérico del resultado, se realiza con el comando `>>double`.

Ejemplo 1.1 Evaluar la función $f(x)=x^2-3x+2$ en $x=2, \pi/4$.

```
>>syms x
```

```
>>f=x^2-3*x+2;
```

```
>>subs(f,2)
```

```
ans=
```

0

```
>>subs(f,pi/4)
ans =
pi^2/16 - (3*pi)/4 + 2
>>double(ans)
ans =
0.2607
```

Nota: dependiendo de la versión de Matlab, esta última operación de sustitución puede hacerla de forma directa. Por ejemplo, en la versión R2011a; sin embargo en la versión R2013b hay que hacerlo como se ha indicado en el Ejemplo 1.1.

El comando `>>subs` siempre evalúa funciones de tipo simbólico y el resultado que devuelve es considerado también simbólico. Si se define la función de otra forma, por ejemplo con el comando `>>inline`, la instrucción `>>subs` no funciona; debe evaluarse con su nombre directamente o con el comando `>>feval`.

Ejemplo 1.2 Define la función $f(x)=x^2-3x+2$ con `inline` y evalúala en $x=2,0$.

```
>> clear x
>> g=inline('x^2-3*x+2')
g =
  Inline function:
  g(x) = x^2-3*x+2
>> g(2)
ans =
0
>>feval(g,0)
ans=
0
```

El comando `inline` será explicado con detalle más adelante.

Fraciones de decimales no exactos o valores irracionales

Es importante destacar qué ocurre cuando se trabaja con fracciones que no dan lugar a decimales exactos, por ejemplo fracciones del tipo $1/3$, o radicales como $\sqrt{3}$, etc.

Matlab siempre guarda en memoria los datos en coma flotante, y por lo tanto redondea dichos números. Al efectuar operaciones con ellos, el resultado final puede verse afec-

tado de error. Una forma sencilla de solucionarlo es definir estos valores como simbólicos:

```
>>a=sym(1/3)
```

Ejemplo 1.3 Realizar la siguiente operación $1 - \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{6}}$ y comparar los resultados:

- de forma numérica,
- definiendo como simbólico los números.

Es evidente, sin más que realizar los cálculos, que esta operación debe dar 0:

```
>> 1-(1/3+1/2)/(1-1/6)
```

```
ans =
```

```
1.1102e-16
```

Sin embargo, Matlab no devuelve el valor 0 aunque sí un valor muy pequeño. Esto se debe al trabajo con decimales y su redondeo. La forma de solucionarlo sería:

```
>> a=sym(1/3);b=sym(1/6)
```

```
b =
```

```
1/6
```

```
>> 1-(a+1/2)/(1-b)
```

```
ans =
```

```
0
```

Otro problema de este estilo que se observa es, por ejemplo, si se quiere calcular algo tan sencillo como $\sin(\pi)$, cuyo valor es 0. Matlab devuelve un valor muy pequeño, que se puede considerar como 0, pero no lo es. Por lo tanto, a la hora de resolver ecuaciones no detectará estos valores (una solución a esto se verá cuando se expliquen las funciones y el comando para resolver ecuaciones `>>solve`):

```
>>sin(pi)
```

```
ans =
```

```
1.2246e-16
```

En este caso, la opción para que evalúe bien vuelve a ser, definir este valor π como simbólico:

```
>>syms pi,sin(pi)
```

```
ans=
```

```
0
```

Para seguir leyendo haga click aquí