

Electrotecnia Circuitos eléctricos

Saturnino Catalán Izquierdo



Saturnino Catalán Izquierdo

Electrotecnia: circuitos eléctricos

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Ingeniería eléctrica de la UPV

Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: CATALÁN IZQUIERDO, SATURNINO (2013) *Electrotecnia: circuitos eléctricos*. Valencia: Universitat Politècnica

Primera edición, 2013 (versión impresa)
Primera edición, 2013 (versión electrónica)

© Saturnino Catalán Izquierdo

© de la presente edición: Editorial Universitat Politècnica de València
Distribución: Telf. 963 877 012 / <http://www.lalibreria.upv.es> / Ref.: 6145-1-1-1

ISBN: 978-84-9048-117-2 (versión impresa)
ISBN: 978-84-9048-139-4 (versión electrónica)

Queda prohibida la reproducción, la distribución, la comercialización, la transformación y, en general, cualquier otra forma de explotación, por cualquier procedimiento, de la totalidad o de cualquier parte de esta obra sin autorización expresa y por escrito de los autores.

prólogo

Electrotecnia es la denominación clásica del “estudio de las aplicaciones técnicas de la electricidad”. El hábito hace que no lo percibamos, pero sin el conocimiento y dominio de la electricidad no hubiera sido posible el intenso desarrollo que nuestra Sociedad ha experimentado en el último siglo. Resulta difícil encontrar cualquier actividad que no dependa de la energía eléctrica o que no utilice la electricidad para transmitir información.

Y a pesar de su juventud la Electrotecnia es, desde hace tiempo, una ciencia madura. A ello han contribuido la inteligencia y el esfuerzo humano acumulado en estos pocos años, pero no hubiera sido posible sin la simplicidad que muestran las leyes físicas que gobiernan el campo electromagnético como uno de los fundamentos de nuestro Universo.

En los inicios de cualquier ciencia su estudio solo puede realizarse siguiendo, uno a uno, los pasos que se demuestran acertados de los que nos precedieron, pero, conforme el conocimiento avanza, década a década o siglo a siglo, este procedimiento resulta inviable: No podemos repetir lo que hicieron todos nuestros antecesores.

Pero una ciencia madura puede estudiarse con más comodidad: Todos los conceptos han sido razonablemente explicados previamente, se han encontrado los mejores caminos para conocerla y, además, se han desarrollado un gran número de aplicaciones.

Tan peligroso resulta intentar superar el enfoque “historicista” de la primera época centrándose en desarrollar aplicaciones actuales sin entender cómo funcionan realmente, porque se han olvidado los fundamentos básicos, como mantener el estudio de procedimientos y métodos que han quedado obsoletos.

En este texto hemos destilado la parte sin la cual el resto de la Electrotecnia no existiría: todos los conceptos fundamentales. El objetivo básico es comprender la relación que existe entre los elementos reales y su representación mediante *circuitos eléctricos*. Estos modelos, mucho más sencillos que la realidad pero suficientemente exactos, nos permitirán analizar sistemas complejos, diseñar máquinas, ...Y sin gran esfuerzo, gracias a las herramientas de cálculo actuales.

S.Catalán
Agosto 2013

índice

En la parte inicial de cada capítulo se exponen los conceptos teóricos. En una primera aproximación puede ser suficiente el estudio de esta parte, sin embargo, es necesario realizar los ejemplos cortos que se incluyen en cada capítulo para garantizar que realmente se han entendido todos los conceptos. La conexión con los elementos reales sólo puede lograrse realizando ensayos como los que se proponen en cada capítulo. Finalmente, un nivel mucho más profundo de comprensión se logra realizando los problemas. Los conceptos abordados en cada capítulo se construyen sobre los precedentes: es importante avanzar de forma secuencial.

prólogo	v
índice	vii
bibliografía	xi
1. CONCEPTOS BÁSICOS	1
1.- Fundamentos físicos: Ecuaciones de Maxwell	3
2.- Leyes de Kirchhoff	4
3.- Elementos pasivos ideales R, L, C. Ecuaciones de definición. Impedancia y admitancia.	6
4.- Elementos activos ideales. Fuentes de potencia	8
5.- Potencia y energía	8
6.- Nomenclatura. Convenios de signos	9
Ejemplos:	11
Problemas	12
Ensayos	16
Ideas básicas sobre riesgos eléctricos y seguridad	17
2. MEDIDA DE MAGNITUDES ELÉCTRICAS	19
1.- Valor instantáneo, medio y eficaz	21
2.- Errores de medida	21
3.- Medida de tensiones, intensidades y resistencias	22
Ejemplos	25
Ensayos	27
2.1.- Medida de resistencia eléctrica	27
2.2.- Medida de tensiones, corrientes y potencias	27

3. RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS	29
1.- Topología de circuitos	31
2.- Ecuaciones independientes	31
3.- Resolución por mallas	33
4.- Resolución por nudos	34
5.- Solución general de circuitos	36
5.1.- Régimen permanente con fuentes constantes	37
5.2.- Régimen estacionario con fuentes sinusoidales	37
5.3.- Continuidad	38
5.4.- Régimen transitorio	39
Ejemplos	41
Problemas	46
Ensayos	58
3.1.- Circuitos con fuentes constantes en régimen permanente	58
3.2.- Transitorio y permanente en un circuito RC serie alimentado por una fuente constante	59
3.3.- Transitorio y permanente en un circuito RL serie alimentado por una fuente constante	60
3.4.- Transitorio y permanente en un circuito RC serie alimentado por una fuente sinusoidal	61
3.5.- Transitorio y permanente en un circuito RL serie alimentado por una fuente sinusoidal	63
4. TEOREMAS BÁSICOS	65
1.- Circuitos equivalentes	67
2.- Linealidad y Superposición	68
3.- Principio de Sustitución	70
4.- Equivalente de Thévenin. Equivalente de Norton	71
Ejemplos	75
Problemas	78
Ensayos	80
4.1.- Teorema de superposición	80
4.2.- Circuitos equivalentes	80
5. RÉGIMEN ESTACIONARIO SINUSOIDAL	81
1.- Ventajas de la corriente alterna frente a la corriente continua	83

2.- Particularización del análisis de circuitos	84
3.- Representación gráfica	88
4.- Expresión general de la potencia instantánea $p(t)$ y la energía instantánea $w(t)$	91
5.- Potencia consumida. Potencia generada [P, Q, S]	95
6.- Factor de potencia. Energía activa y reactiva	99
7.- Teorema de Boucherot	99
8.- Circuitos en régimen estacionario no-sinusoidal	100
Ejemplos	113
Problemas	112
Ensayos	131
5.1.- Comportamiento de los elementos pasivos RLC lineales	131
5.2.- Análisis fasorial de circuitos en serie	131
5.3.- Análisis fasorial de circuitos en paralelo	132
5.4.- Circuitos equivalentes	132
 6. SISTEMAS TRIFÁSICOS	 133
1.- Generación de un sistema trifásico.	135
2.- Ventajas frente a los monofásicos	141
3.- Equivalentes estrella \Leftrightarrow triángulo	143
4.- Análisis: Estudio de una fase	145
5.- Potencia	146
6.- Desequilibrio en la fuente y desequilibrio en la carga	146
7.- Resolución de circuitos desequilibrados mediante procedimientos generales	147
8.- Armónicos en sistemas trifásicos	148
9.- Limitaciones de los procedimientos generales	150
Ejemplos	152
Problemas	162
Ensayos	167
6.1.- Conexión en estrella y conexión en triángulo de cargas equilibradas	167
6.2.- Mejora del factor de potencia	167
6.3.- Conexión en estrella de cargas desequilibradas	168
6.4.- Conexión en triángulo de cargas desequilibradas	168
6.5.- Cargas trifásicas no-lineales	169

ANEXOS	171
3A.- Procesos físicos que conducen a ecuaciones análogas ..	173
Procesos térmicos	173
Procesos mecánicos	174
3.B.- Resumen de procedimientos de cálculo	178
Método clásico del Operador D	178
Método de la Transformada de Laplace	179

bibliografía

Resulta imposible, en un texto sobre aspectos fundamentales como es éste, mencionar las fuentes de conocimiento que se han utilizado. Muchos conocimientos forman parte ya del acervo cuyo origen es difícil rastrear. Otros no han pasado del estado de notas manuscritas, como las auténticas obras de arte que fueron las clases magistrales impartidas por el Prof. Jesús Marín Montesinos. Para los interesados en indagar en la evolución de la Electrotecnia resultará muy interesante:

- *A history of the theories of aether and electricity.*
E.T.Wittaker. 1910. Dublin university press series.

Para quienes deseen conocer los antecedentes más inmediatos:

- *Tratado de electrotecnia. I.- Bases científicas de la electrotecnia.*
Günther Oberdorfer. 1956. Editorial Labor.
- *Fundamentos de la electrotecnia. I y II. La escuela del técnico electricista.* Alfred Holzt, H. von Beeren y H.Teuchert.
Conocemos la ed. de 1961 de la Editorial Labor que nos regaló nuestro maestro, el Prof. Francisco Romualdo Pascual.

Y para profundizar en los contenidos con un enfoque actual:

- *Teoría de Circuitos.*
Enrique Ras Oliva. 1977. Marcombo.
- *Análisis de Fourier y cálculo operacional aplicados a la electrotecnia.* Enrique Ras Oliva. 1979. Marcombo.

1

CONCEPTOS BÁSICOS

- 1.-Fundamentos físicos: Ecuaciones de Maxwell*
- 2.-Ecuaciones de Kirchhoff*
- 3.-Elementos pasivos ideales R, L, C*
Ecuaciones de definición. Impedancia y admitancia
- 4.-Elementos activos ideales.*
Fuentes de potencia: de tensión y de corriente
- 5.-Potencia y energía*
- 6.-Nomenclatura. Convenios de signos*

1.- Fundamentos físicos: Ecuaciones de Maxwell

La electrotecnia es, básicamente, la aplicación tecnológica de los principios físicos del electromagnetismo. En las ecuaciones de Maxwell reside el fundamento físico de la electrotecnia y la importancia de estas ecuaciones reside en que forman un sistema que define completamente el campo electromagnético en cualquier lugar del espacio.

Con los convenios de signos habituales estas ecuaciones son:

Ley de Gauss del Campo Eléctrico:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon}$$

Ley de Gauss del Campo Magnético:

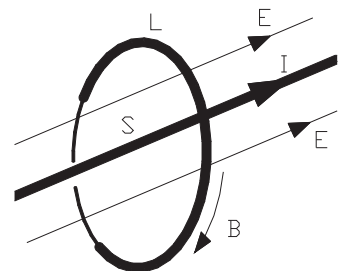
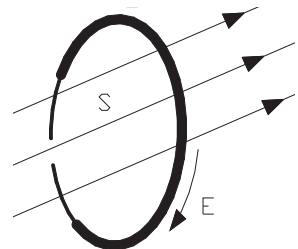
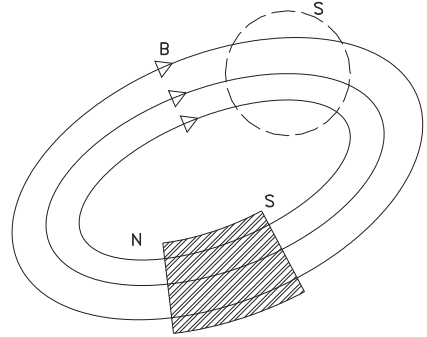
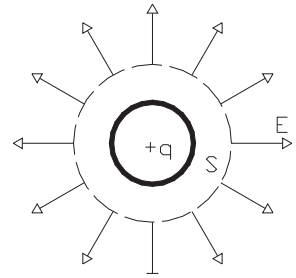
$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Ley de Faraday-Henry:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Ley de Ampere-Maxwell:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu \left(\int_S \vec{j} d\vec{S} + \epsilon \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} d\vec{S} \right)$$



En Electrotecnia interesa una simplificación que sea válida para frecuencias pequeñas (hasta algunos kHz), así la cuarta ecuación se convierte, porque el segundo sumando es insignificante frente al primero, en la *Ley de Ampere* $\oint_L \vec{B} d\vec{l} \approx \mu \sum_S i$.

Además, la resolución de este sistema de ecuaciones (para todo instante y en todo el espacio) no resulta en general factible. Es precisa una simplificación que concentre las propiedades de todo el espacio en unos cuantos elementos discretos. A las ecuaciones simplificadas resultantes se denomina leyes de Kirchhoff y a los elementos discretos ideales obtenidos: Resistencia, Bobina, Condensador y Fuente de Potencia.

2.- Leyes de Kirchhoff

Primera Ley: Si se aplica la ley de Ampere-Maxwell a una superficie (S) en forma de globo cuya abertura (L) tiende a un punto se obtiene:

$$0 = \mu \left(\int_S \vec{j} d\vec{S} + \frac{dq_{interior}}{dt} \right)$$

Porque el primer término es la circulación en un punto y el segundo sumando se ha sustituido por su valor con arreglo a la ley de Gauss del Campo Eléctrico. Como el primer sumando es la corriente que atraviesa la superficie cerrada (S) y el segundo la variación de la carga almacenada en su interior, esta ecuación demuestra el principio de conservación de la carga eléctrica.

Si la carga interior varía lentamente con el tiempo (como ocurre en la aplicaciones electrotécnicas) puede escribirse: *Corriente que Atraviesa una Superficie Cerrada* = 0, ó, separando entre corrientes entrantes y salientes por la superficie:

$$\sum \text{corrientes entrantes} = \sum \text{corrientes salientes} \\ \forall \text{Superficie cerrada}$$

Segunda Ley: El campo eléctrico electrostático es conservativo y, en consecuencia, a cada punto del espacio se puede asignar un potencial eléctrico, con lo que:

$$\int_m^n \vec{E} d\vec{l} = U_n - U_m$$

A esto se denomina *diferencia de potencial* o, simplemente, *tensión*. Sin embargo, la ley de Faraday-Henry indica que el campo eléctrico puede ser no-conservativo.

En aplicaciones electrotécnicas puede distinguirse fácilmente entre zonas en las que sólo existe el campo conservativo y zonas en las que coexiste el campo conservativo con el no-conservativo. Las zonas en las que el campo eléctrico es nulo, porque su campo conservativo y su campo no-conservativo son iguales y de sentido contrario, se denominan *fuentes ideales*. Así, separando cualquier trayectoria cerrada en los segmentos apropiados siempre es posible escribir:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + \int_2^3 \vec{E} d\vec{l} + \dots + \int_m^1 \vec{E} d\vec{l}$$

En los tramos que hemos denominado *fuentes ideales* la integral vale cero porque $E = 0$ ($\vec{E}_{\text{conservativo}} + \vec{E}_{\text{no-conservativo}} = 0$), en los demás tramos el campo es conservativo y la integral puede sustituirse por su *tensión*:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \sum \text{tensiones de los tramos conservativos}$$

Desde otro punto de vista, la integral de cada tramo puede separarse en su componente conservativa y su componente no-conservativa:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \left(\int_1^2 \vec{E}_c d\vec{l} + \int_2^3 \vec{E}_c d\vec{l} + \dots + \int_m^1 \vec{E}_c d\vec{l} \right) + \left(\int_1^2 \vec{E}_{nc} d\vec{l} + \int_2^3 \vec{E}_{nc} d\vec{l} + \dots + \int_m^1 \vec{E}_{nc} d\vec{l} \right)$$

El primer paréntesis se anula (es la circulación de un campo conservativo), pero para los tramos que hemos denominado *fuentes* el

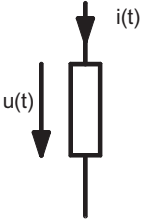
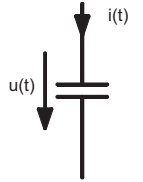
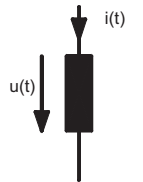
campo eléctrico $E_{\text{no-conservativo}} \neq 0$. La integral del campo eléctrico no conservativo se denomina *fuerza electromotriz* (f.e.m.):

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \sum \text{fuerzas electromotrices de las fuentes}$$

Con lo que un enunciado habitual de la Segunda Ley de Kirchhoff es:

$$\begin{aligned} \sum \text{fuerzas electromotrices de las fuentes} &= \\ = \sum \text{tensiones de los tramos conservativos} \end{aligned}$$

3.- Elementos pasivos ideales R, L, C. Ecuaciones de definición. Impedancia y admitancia

Elemento ideal	Elemento real representativo	Ecuación de definición	Representa:	Símbolo
R: Resistencia	Conductores	$u = R \cdot i$	conversión de energía electromagnética en otra forma de energía	
C: Capacidad	Condensadores	$i = C \frac{du}{dt}$	almacenamiento eléctrico $\frac{\epsilon E^2}{2} (J/m^3)$	
L: Inductancia	Bobinas	$u = L \frac{di}{dt}$	almacenamiento magnético $\frac{B^2}{2\mu} (J/m^3)$	

Los elementos pasivos se definen por su *tensión*, en consecuencia, se sitúan en el lado derecho de la 2ª Ley de Kirchhoff. El punto de partida de estos elementos ideales es sencilla:

R : En el interior de los conductores la densidad de cargas libres es muy alta por lo que la corriente eléctrica es proporcional a la tensión aplicada $u=R \cdot i$

C : La primera ecuación de Maxwell muestra que el campo eléctrico crece proporcionalmente a la carga, como además la tensión es proporcional al campo eléctrico, parece conveniente definir una magnitud denominada *capacidad eléctrica* que refleje esta relación: $C=\frac{q}{u}$. Y, como la carga por unidad de tiempo es la corriente, si la capacidad no varía: $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du}{dt}$

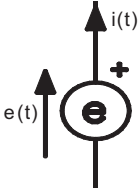
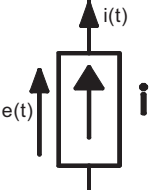
L : Tal como indica la Ley de Ampere, el flujo magnético de un elemento es proporcional a la corriente $\Phi=L \cdot i$. Además, conforme a la tercera Ley de Maxwell, la fuerza electromotriz es $e=-\frac{d\Phi}{dt}=-L\frac{di}{dt}$ Para representar este elemento como una tensión debe trasladarse este valor al lado derecho de la 2ª Ley de Kirchhoff cambiando de signo, esto es: $u=\frac{d\Phi}{dt}=L\frac{di}{dt}$

Pero no debe olvidarse que, una vez definidos estos elementos ideales, en cualquier circunstancia en que se produzca:

- la conversión de energía electromagnética en cualquier otra forma de energía la podremos representar mediante una R
- el almacenamiento de energía electromagnética en forma de campo magnético lo representaremos mediante una L.
- el almacenamiento de energía electromagnética en forma de campo eléctrico lo representaremos mediante una C.

4.- Elementos activos ideales. Fuentes de potencia: de tensión y de corriente

Representan la conversión de cualquier forma de energía en energía electromagnética. Se corresponden con las *fuentes ideales* definidas al obtener la Segunda Ley de Kirchhoff. Las fuentes más simples que pueden definirse son:

Denominación	Ecuación de definición	Símbolo
Fuente de tensión constante	$e = \text{constante}, \forall i$ $e = e(t), \forall i$	
Fuente de corriente constante	$i = \text{constante}, \forall e$ $i = i(t), \forall e$	

5.- Potencia y energía

Los elementos pasivos almacenan energía en forma de campo eléctrico (C) o magnético (L), o la convierten en otra forma de energía (R), en consecuencia absorben energía del sistema eléctrico. Las fuentes convierten en energía eléctrica otras formas de energía, en consecuencia aportan energía al sistema eléctrico.

Elementos pasivos: R, L, C	$p_{\text{consumida}} = u \cdot i$
Fuentes:	$p_{\text{generada}} = e \cdot i$

Puede observarse que se satisface el principio de conservación de la energía, por ejemplo, en un simple circuito con fuentes y elementos pasivos en serie: $\sum e = \sum u$, multiplicando ambos miembros por la corriente del circuito:

$$\sum p_{generada} = \sum p_{consumida}$$

Obviamente, cuando en un elemento pasivo se obtenga $p_{consumida} < 0$ significará que está generando (aportando potencia eléctrica al circuito) y cuando en una fuente se obtenga $p_{generada} < 0$ significará que está consumiendo (convirtiendo energía eléctrica en otra forma de energía).

La energía que absorben del circuito los elementos pasivos se puede obtener integrando la potencia. Esto es sencillo sustituyendo la tensión o la corriente por la ecuación de definición del elemento.

Energía (J)	
R	$\int_0^t R \cdot i^2 dt$
L	$\int_0^t L \frac{di}{dt} \cdot i dt = L \frac{[i(t)^2]_0^t}{2}$
C	$\int_0^t u \cdot C \frac{du}{dt} \cdot dt = C \frac{[u(t)^2]_0^t}{2}$

6.- Nomenclatura. Convenios de signos

- Las Leyes de Kirchhoff se pueden enunciar de formas distintas pero equivalentes (vease, por ejemplo, CEI 60375). El convenio que utilizamos permite una interpretación intuitiva del comportamiento de cada elemento. Lo mismo ocurre con los sentidos de las flechas.
- Es importante mantener los sentidos de tensiones, fuerzas electromotrices y corrientes que hemos definido para cada elemento pasivo y activo: de esta forma las ecuaciones de definición permanecen y las potencias se determinan tal como se ha indicado.

- Las magnitudes temporales se indicaran normalmente en minúsculas: $e \equiv e(t), i \equiv i(t), p \equiv p(t)$
- Las magnitudes invariable con el tiempo se indicaran normalmente en mayúsculas: E , I , P
- A la relación (u,i) que expresa la ecuación de definición de un elemento pasivo se denomina:

$u = Z \cdot i$	$Z \equiv \text{impedancia } (\Omega)$
$i = Y \cdot u$	$Y \equiv \text{admitancia } (\Omega^{-1})$

Ejemplos:

1.1.1.-Dada una carga eléctrica puntual de 1 C en el vacío, determinar:

- a) El campo eléctrico que produce a 1 m
- b) La energía almacenada por unidad de volumen en ese punto

Solución: a) 9×10^9 V/m b) $3,6 \times 10^8$ J/m³

1.1.2.-Una corriente de 1 A circula por un conductor rectilíneo suficientemente largo situado en el vacío. En sus inmediaciones no existen campos eléctricos variables con el tiempo. Determinar:

- a) El campo magnético que produce a 1 m
- b) La energía almacenada por unidad de volumen en ese punto

Solución: a) 2×10^{-7} T b) $1,6 \times 10^{-8}$ J/m³

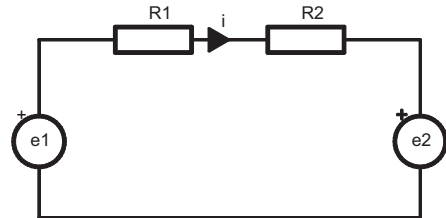
1.2.1.-Un circuito eléctrico está formado por una fuente de fuerza electromotriz: $e = 2$ V y una resistencia: $r_i = 0,02 \Omega$ conectadas en serie, determinar:

- a) Tensión y corriente en todos los elementos
- b) Potencia generada en las fuentes y consumida en las cargas
- c) Energía generada en las fuentes y consumida en las cargas en 3 horas.

Solución: a) $u_{r_i} = e = 2$ V, $i_{r_i} = i_e = 100$ A b) $P_{\text{cons}, r_i} = 200$ W, $P_{\text{gen}, e} = 200$ W
 c) Energía consumida, $r_i =$ Energía generada, $e = 600$ W h = 2,16 MJ

1.2.2.-Para el circuito de la figura, determinar:

- a) Tensión y corriente en todos los elementos
- b) Potencia generada en las fuentes y consumida en las cargas

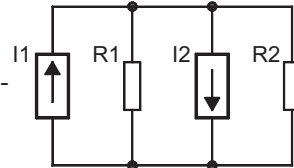


Solución: a) $U_{R1} = 10$ V, $U_{R2} = 40$ V,
 $I_{R1} = I_{R2} = I_{e1} = - I_{e2} = 1$ A
 b) $P_{\text{cons}, R1} = 10$ W, $P_{\text{cons}, R2} = 40$ W, $P_{\text{gen}, e1} = 70$ W, $P_{\text{gen}, e2} = -20$ W

$e_1 = 70$ V	$R_1 = 10 \Omega$
$e_2 = 20$ V	$R_2 = 40 \Omega$

1.2.3.-Para el circuito de la figura, determinar:

- a) Tensión y corriente en todos los elementos
- b) Potencia generada en las fuentes y consumida en las cargas



Solución: a) $I_{R1} = 7,5$ A, $I_{R2} = 2,5$ A,
 $U_{R1} = U_{R2} = E_{I1} = - E_{I2} = 500$ V
 b) $P_{\text{cons}, R1} = 3750$ W, $P_{\text{cons}, R2} = 1250$ W,
 $P_{\text{gen}, I1} = 7500$ W, $P_{\text{gen}, I2} = -2500$ W

$I_1 = 15$ A	$R_1 = 200/3 \Omega$
$I_2 = 5$ A	$R_2 = 200 \Omega$

Para seguir leyendo haga click aquí