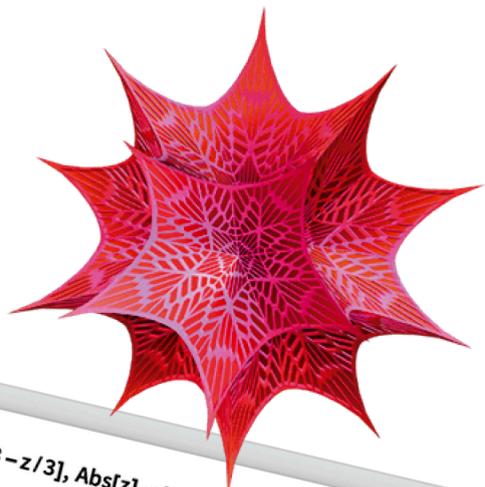
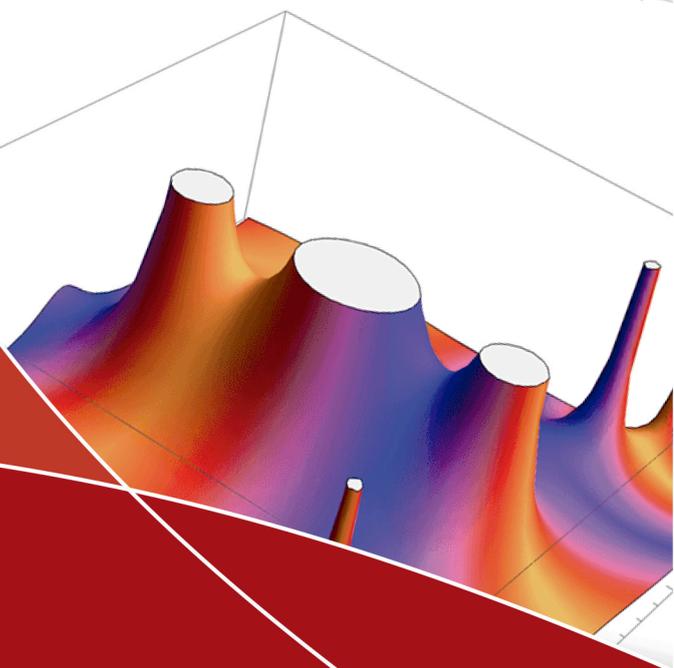


Cálculo y Álgebra con Mathematica 13

Luis Manuel Sánchez Ruiz
José Antonio Morano Fernández



```
bae22d  
In[ ]:= FunctionPoles[Gamma[z^3-z/3], Abs[z] < 1], z]  
Out[ ]:= {{0, 1}, {-1/sqrt(3), 1}, {1/sqrt(3), 1}, {0.555... - i/sqrt(1.69...), 1}, {0.555... + i/sqrt(1.69...), 1}}  
In[ ]:= ComplexPlot3D[Gamma[z^3-z/3], {z, 1}]
```



Luis Manuel Sánchez Ruiz
José Antonio Moraño Fernández

Cálculo y Álgebra con Mathematica 13

Colección *Académica* http://tiny.cc/edUPV_aca

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita:

Sánchez Ruiz, Luis Manuel; Moraño Fernández, José Antonio. *Cálculo y Álgebra con Mathematica 13*. Valencia: edUPV

© Luis Manuel Sánchez Ruiz
José Antonio Moraño Fernández

© 2023, edUPV
Venta: www.lalibreria.upv.es / Ref.: 0166_05_01_01

ISBN: 978-84-1396-167-5
Depósito Legal: V-2704-2023

Imprime: Byprint Percom, S. L.

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a edicion@editorial.upv.es

edUPV se compromete con la ecoimpresión y utiliza papeles de proveedores que cumplen con los estándares de sostenibilidad medioambiental <https://editorialupv.webs.upv.es/compromiso-medioambiental/>

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo edicion@editorial.upv.es

Impreso en España

Prólogo

Mathematica es un software de apoyo a la resolución de problemas matemáticos en general, tanto desde el punto de vista simbólico, como numérico. En este libro presentamos la **versión 13**.

El programa en esta versión dispone de una potente herramienta para la construcción de gráficos matemáticos en dos y en tres dimensiones, que facilita la realización de brillantes presentaciones e ilustraciones. Además tiene un completo lenguaje de programación, que permite al usuario implementar sus propios proyectos en lenguaje informático, y ejecutarlos en el entorno global.

En este texto presentamos algunas de las utilidades de este programa que ayudan a cubrir las necesidades computacionales básicas de cálculo y álgebra y algunas de sus aplicaciones en carreras de ciencias e ingeniería. El enfoque es eminentemente práctico y la exposición se hace sobre ejemplos concretos o explicando los comandos a utilizar, pidiendo que se aplique en ejercicios.

El esfuerzo que se dedique a conocer este programa se verá prontamente recompensado con un ahorro significativo en el tiempo empleado en la resolución de ejercicios, con la potencia de resolución del programa y su gran capacidad de visualización.

Los autores agradecen a la profesora Matilde Legua su generosidad al permitir que ideas y ejercicios aportados por ella en el texto *Matemáticas con Derive*, publicado por los tres conjuntamente en la Editorial de la Universitat Politècnica de València, los adaptásemos a *Mathematica* 6, y versiones posteriores, que ahora actualizamos.

Los autores

Índice general

Prólogo	iii
1 Introducción al programa	1
1.1 Inicio y entorno	1
1.2 La barra de menús	5
1.3 Primeros cálculos	7
1.4 Operaciones lógicas	11
1.5 Guardar, recuperar o imprimir ficheros	12
1.6 Ejercicios propuestos	13
2 Variables y listas	15
2.1 Variables	15
2.2 Listas con Mathematica	18
2.3 Manipulación interactiva	20
2.4 Ejercicios propuestos	22
3 Funciones de una variable	23
3.1 Definición y evaluación	23
3.2 Funciones elementales	24
3.3 Límites	30
3.4 Derivadas	32
3.5 Integración	33
3.6 Ejercicios propuestos	35

4	Números complejos	37
4.1	Operaciones y comandos básicos	37
4.2	Raíces de un número complejo	39
4.3	Punto fijo de una lista y precisión	43
4.4	Determinaciones del argumento	45
4.5	Logaritmos complejos	46
4.6	Ejercicios propuestos	47
5	Gráficas 2D	49
5.1	Curvas en forma cartesiana	49
5.2	Regiones planas	59
5.3	Curvas en coordenadas paramétricas	60
5.4	Curvas en coordenadas polares	61
5.5	Gráficas de objetos geométricos	64
5.6	Representaciones conjuntas	66
5.7	Animación y manipulación gráfica	68
5.8	Ejercicios propuestos	70
6	Métodos numéricos	73
6.1	Resolución de ecuaciones y sistemas	73
6.2	Cálculos iterativos	81
6.3	Método de Newton-Raphson	83
6.4	Polinomio de interpolación y error	84
6.5	Ejercicios propuestos	87
7	Matrices y sistemas lineales	89
7.1	Matrices y vectores	89
7.2	Generación de matrices	90
7.3	Operaciones con matrices y vectores	92
7.4	Elementos y bloques	96
7.5	Sistemas de ecuaciones lineales	98
7.6	Ejercicios propuestos	101
8	Espacios vectoriales y euclídeos	103
8.1	Dependencia e independencia lineal	103
8.2	Cambios de coordenadas	105
8.3	Intersección y suma de subespacios	107
8.4	Distancias, ángulos y ortogonalización	109
8.5	Proyecciones ortogonales	111
8.6	Aplicaciones	112
8.7	Ejercicios propuestos	117

9	Aplicaciones lineales y diagonalización	119
9.1	Matriz asociada	119
9.2	Núcleo e imagen de una aplicación lineal	121
9.3	Valores y vectores propios	122
9.4	Diagonalización	124
9.5	Ejercicios propuestos	126
10	Funciones y gráficas 3D	127
10.1	Introducción	127
10.2	Gráficas en 3D	128
10.3	Regiones tridimensionales	133
10.4	Gráficas 3D en coordenadas paramétricas	134
10.5	Objetos en 3D	135
10.6	Giros, zoom, animaciones y manipulación	138
10.7	Ejercicios propuestos	139
11	Funciones de varias variables	141
11.1	Derivadas parciales	141
11.2	Gradiente	142
11.3	Derivada direccional	142
11.4	Jacobianos	143
11.5	Diferencial y derivada de la función compuesta	144
11.6	Funciones implícitas	145
11.7	Aplicación: Extremos libres	149
11.8	Máximos y mínimos condicionados	151
11.9	Ejercicios propuestos	152
12	Integración con una variable	155
12.1	Integral definida	155
12.2	Aplicación: Cálculo de áreas planas	156
12.3	Integral aproximada	157
12.4	Integrales impropias	159
12.5	Integrales dependientes de un parámetro	162
12.6	Las funciones Gamma y Beta	163
12.7	Ejercicios propuestos	164
13	Integrales curvilíneas	167
13.1	Integral curvilínea de primera especie	167
13.2	Integral curvilínea de segunda especie	170
13.3	Ejercicios propuestos	175

14 Integrales dobles	177
14.1 Cálculo de integrales dobles	177
14.2 Aplicaciones de la integral doble	179
14.3 Integrales de superficie	181
14.4 Ejercicios propuestos	185
15 Integrales triples	187
15.1 Cálculo de integrales triples	187
15.2 Aplicaciones: Masas y volúmenes de sólidos	188
15.3 Ejercicios propuestos	190
16 Series	191
16.1 Sumas y productos	191
16.2 Series numéricas	193
16.3 Series de potencias	194
16.4 Series de Fourier	197
16.5 Ejercicios propuestos	201
17 Ecuaciones diferenciales	203
17.1 Ecuaciones diferenciales ordinarias	203
17.2 Problemas de valor inicial y de contorno	205
17.3 Sistemas de ecuaciones diferenciales	206
17.4 Métodos numéricos	208
17.5 Ejercicios propuestos	209

Introducción al programa

1.1 Inicio y entorno

Este capítulo ofrece una panorámica general del uso de *Mathematica* dejando para posteriores capítulos la exposición de herramientas avanzadas que ayudan a entender y trabajar las matemáticas.

Podemos acceder al programa de diferentes maneras.

Si lo tenemos instalado en el disco duro usamos el icono:



Los usuarios de la Universitat Politècnica de València pueden usarlo a través de PoliLabs¹ que es un servicio de la UPV que facilita acceder al programa de modo remoto, o descargar el programa *Mathematica* 13 y las instrucciones para su instalación en la web².

Cuando se carga el programa, si no ha sido desactivada, aparece una ventana de bienvenida con información y accesos adicionales que pueden ser útiles.

La forma usual de trabajar con el programa es abrir un *Notebook*, o cuaderno de notas, en blanco que por defecto se llama 'Untitled-1'. En la parte superior encontramos una *barra de menús* desplegable con comandos u órdenes. En la parte inferior podemos empezar a escribir.

¹<https://polilabs.upv.es>

²<https://software.upv.es>

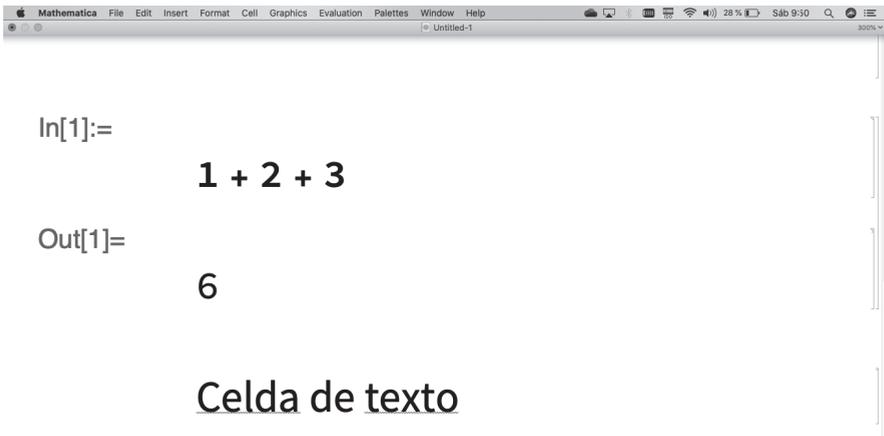


Figura 1.1: Notebook de Mathematica con la barra de menús en la parte superior y con celdas Input, Output y Texto.

El uso más simple de *Mathematica* es utilizarlo como una simple calculadora. Si escribimos $1 + 2 + 3$ observaremos que la suma aparece delimitada por un corchete azul en el margen derecho de la ventana (ver figura 1.1). La información contenida en cada uno de estos corchetes es lo que denominamos **celda**.

Para *realizar* o *simplificar* la suma anterior, se oprimen simultáneamente, con el cursor situado dentro de la celda, las teclas

$$\boxed{\text{May}} + \boxed{\text{Enter}}^3$$

Cuando *Mathematica* responde, lo hace ubicando la respuesta en una nueva celda. Existen varios tipos de celdas según la utilidad de cada una de ellas. Las celdas con instrucciones se denominan:

- **Input** si son de entrada.
- **Output** si son las respuestas⁴

Otro tipo de celdas son las de **Texto** que incorporan comentarios y no generan respuesta. Podemos distinguirlas porque tienen dos rayas en la parte superior del corchete azul mientras que las de cálculo tienen un triángulo.

³Otra forma es pulsar directamente la tecla **Intro** del teclado numérico.

⁴Cada celda *Input* se corresponde con su *Output*, compartiendo ambas el mismo número de orden durante la sesión de trabajo. Puede evitarse el *Output* añadiendo “;” detrás de la instrucción.

Por defecto todas las celdas son de cálculo, y para convertirlas en celdas de texto debemos seleccionar la celda marcando con el cursor sobre el corchete correspondiente y realizar el cambio mediante la opción **Style>Text** del menú **Format**.

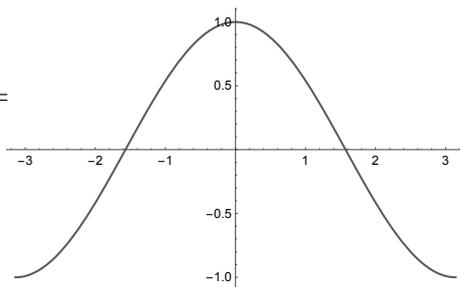
Cuando se comete alguna errata o error de sintaxis *Mathematica* informa o advierte de ello a través de un mensaje. En cualquier caso siempre se puede modificar el contenido de una celda situando el cursor en el interior de ésta y haciendo las modificaciones pertinentes. Entonces puede ejecutarse el nuevo contenido de la celda según se ha explicado con anterioridad, renumerando las celdas Input y Output correspondientes.

EJEMPLO 1.1.1 *Escribir en una celda $\text{Plot}[\text{Cos}[x], \{x, -\text{Pi}, \text{Pi}\}]$ y activarla. Luego sustituir Cos por Sin , posteriormente Pi por 10 y volver a ejecutar.*

Sol.: Introducimos el comando

$\text{In}[1] := \text{Plot}[\text{Cos}[x], \{x, -\text{Pi}, \text{Pi}\}]$

$\text{Out}[1] =$



Hacemos los cambios sobre la primera celda y volvemos a ejecutar. ■

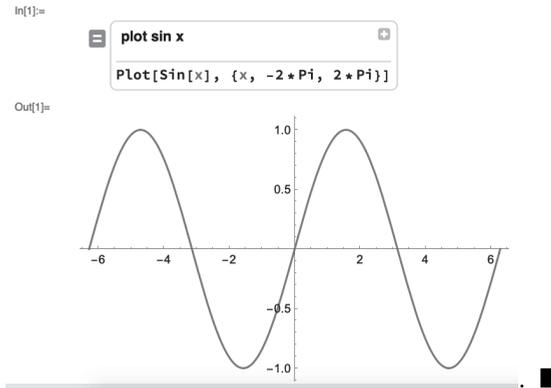
Es recomendable definir cada instrucción a realizar en una celda diferente, activando su respuesta antes de continuar con la siguiente. De esta manera se detectan de forma inmediata los posibles errores cometidos.

En el último ejemplo hemos obtenido una gráfica que requiere el conocimiento del comando *Plot* y su sintaxis. Una de las ventajas disponibles desde la versión 8 de *Mathematica* es la posibilidad de introducir de forma libre el símbolo $=$ al inicio de la celda y lo que se desea hacer, entonces el programa proporciona una posible sintaxis y el output correspondiente.

EJEMPLO 1.1.2 *Escribir y ejecutar en una celda*

`= plot sin x`

Sol.: Introducimos la expresión dada `= plot sin x`, y al ejecutarla vemos que el input se completa con la sintaxis empleada por el programa y a la vez nos proporciona el output.



Si introducimos `==` al inicio de la celda de entrada en vez de `=` nos da una respuesta más completa que además permite hacer una manipulación interactiva. Con cada una de ellas el icono inicial que aparece es diferente.

En este texto introduciremos la sintaxis correcta de todos los comandos en aras de la eficiencia expositiva pero invitamos a que se explore la comprensión del programa de la "free-form linguistic input" que es como éste denomina en inglés a la introducción de inputs en formato libre.

Las celdas pueden seleccionarse individualmente o agrupadas con objeto de borrarlas, activar su respuesta, modificar su estilo, etc. Para hacer esta selección múltiple mantenemos pulsada la tecla *Ctrl* mientras vamos marcando las celdas elegidas, o determinando el rango de celdas seleccionadas mediante *May/Shift*.

Si el objetivo de esta selección es borrar las celdas bastará pulsar la tecla *Supr.*

1.2 La barra de menús

En la parte superior de la ventana podemos ver la barra de menús que está compuesta por varias opciones: File, Edit, Insert, Format, Cell, Graphics, Evaluation, Palettes, Window y Help, que funcionan siguiendo los pasos usuales propios del sistema operativo Windows / OS X.

Cada menú ofrece muchas posibilidades que el usuario irá descubriendo con la práctica. De momento vamos a comentar las que consideramos más relevantes.

File Proporciona diferentes posibilidades de manejo de los ficheros, de impresión y la opción de salir del programa.

New. Comienza un nuevo documento.

Open ... Abre un documento creado con antelación.

Close. Cierra el documento actual.

Save ... Graba el documento actual.

Save As ... Permite grabar el documento con otro nombre o en otra ruta.

Print ... Imprime el documento actual.

Exit. Sale de Mathematica.

Edit Proporciona herramientas que pueden ser útiles para la edición.

Undo. deshace la última acción realizada.

Copy. Copia la celda o el texto que hayamos seleccionado.

Paste. Pega en el documento actual la información almacenada con Copy en el punto donde situemos el cursor o, en su defecto, donde ubiquemos la línea divisoria de celdas.

Insert Permite incorporar objetos o caracteres.

Special Character. Permite elegir caracteres especiales como letras griegas, flechas, etc.

Typesetting. Permite elegir la forma de la expresión matemática: subíndice, fracción, radical,...

Table/Matrix. Formato para la introducción de tablas y matrices.

Inline Free-form Input. Permite introducir expresiones cuya sintaxis no se conoce exactamente.

Format Sus opciones se relacionan con el tipo, tamaño, fuente y otras características relacionadas con el tipo de letra.

Style. Permite elegir entre diferentes tipos de escritura. Por defecto, **Input** para fórmulas y **Text** para simple escritura.

Font. Elige entre tipos de letras y tamaños.

Cell Gestiona las propiedades de las celdas en las que se escribe.

Graphics Permite crear gráficas manualmente y editarlas.

Evaluation Evalúa las celdas y permite interrumpir una evaluación en proceso.

Palettes Muestra diferentes ventanas que ayudan en la elección de funciones. Conviene destacar la opción **Basic Math Assistant** que permite introducir los símbolos matemáticos en su forma usual.

Window Faculta la gestión de varias ventanas abiertas a la vez permitiendo visualizar el contenido de todas ellas simultáneamente y entre otras opciones se halla **Full Screen** (F12 en Windows y ctrl+cmd+F en OS X) que muestra el fichero en pantalla completa.

Help Contiene opciones de ayuda, entre ellas **Find Selected Function** (F1 en Windows y May+cmd+F en OS X) que aplicada sobre un comando nos da información del mismo.

1.3 Primeros cálculos

1.3.1 Operaciones algebraicas

Las operaciones elementales de adición, sustracción, producto y cociente se realizan mediante los habituales símbolos $+$, $-$, $*$ y $/$, si bien el producto puede efectuarse también dejando un espacio en blanco.

La *potencia* se realiza mediante $^$ y los *radicales* se introducen como potencias de exponente fraccionario. Para el caso particular de la raíz cuadrada se puede introducir escribiendo `Sqrt[_]`.

1.3.2 Paréntesis, corchetes, llaves y comentarios

Al realizar operaciones con *Mathematica* es importante tener en cuenta el uso de los paréntesis (). Se utilizan para indicar la prioridad de las operaciones.

Sin paréntesis, los productos y divisiones tienen prioridad sobre las sumas y restas; y las potencias, sobre los productos y divisiones. Las operaciones con la misma prioridad se ejecutan en el orden con que han sido escritas.

Los corchetes [] encierran los argumentos de las funciones, tanto las definidas en *Mathematica* como las construidas por el usuario.

Las llaves { } se usan para definir listas de elementos las cuales se utilizan frecuentemente con *Mathematica*. En la Sección 2.2 comenzaremos a ver su manejo.

Para introducir un *comentario* sin necesidad que la celda sea de texto basta con escribirlo entre paréntesis y asterisco de la forma

(*comentario*)

EJEMPLO 1.3.1 *Introducir $25^{1/2}$, $25^{(1/2)}$, $32/2\ 3$, $32/(2\ 3)$ con algún comentario y analizar los resultados obtenidos.*

Sol.: Utilizamos llaves para agrupar los cálculos en una sola celda de entrada y salida y (*_*) para el comentario

`In[1] := {25^1/2, 25^(1/2), 32/2 3, 32/(2 3)} (*Comentario*)`

`Out[1] = { $\frac{25}{2}$, 5, 48, $\frac{16}{3}$ }` ■

1.3.3 Números, simplificaciones y aproximaciones

Mathematica trabaja por defecto con los números enteros y fraccionarios de forma exacta y evita su expresión decimal.

Se puede hacer varios cálculos en una única celda pulsando *Intro* entre cada uno de ellos en cuyo caso el programa escribe una nueva línea dentro de la misma celda. No obstante, cada cálculo tendrá como respuesta un *Output* diferente como muestra la solución del siguiente ejemplo.

EJEMPLO 1.3.2 *Calcular de forma exacta las potencias*

$$3^{50} \quad y \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{50}$$

Sol.: Introducimos las potencias en una sola celda y simplificamos:

In[1] := 3^50

(2/3)^50

Out[1] = 717897987691852588770249

Out[2] = $\frac{1125899906842624}{717897987691852588770249}$. ■

Si al efectuar un cálculo con *Mathematica* el resultado no aparece totalmente simplificado podemos utilizar el comando **Simplify** (o **FullSimplify**) de alguna de las formas siguientes:

Simplify[*expr*] o *expr*//**Simplify**.

EJEMPLO 1.3.3 *Simplificar el cociente*

$$\frac{1 - x^2}{1 - x}$$

Sol.: Si nos limitamos a introducir la fracción, ésta no se simplifica

In[1] := (1 - x^2)/(1 - x)

Out[1] = $\frac{1-x^2}{1-x}$

Si queremos obtener la simplificación introducimos

`In[2] := Simplify[(1 - x^2)/(1 - x)]` (o con `%//Simplify`)

`Out[2] = 1 + x.` ■

Para obtener un resultado numérico aproximado se utiliza el comando **N** de la siguiente forma

`N[expr]`, `N[expr, n]`, o `expr//N`,

donde n indica el número de dígitos significativos con los que deseamos la aproximación.

También se obtienen resultados aproximados si se introduce alguno de los números con un punto decimal.

Por defecto *Mathematica* realiza los cálculos con 16 cifras significativas pero solo muestra las 6 primeras.

EJEMPLO 1.3.4 *Hallar aproximaciones de 6 y 9 dígitos de*

$$3^{50} \quad y \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{50}$$

Sol.: Utilizaremos llaves { } para agrupar el cálculo en una sola celda:

`In[1] := {3.^50, N[3^50, 9], (2/3)^50//N, N[(2/3)^50, 9]}`

`Out[1] = {7.17898 × 1023, 7.17897988 × 1023,
1.56833 × 10-9, 1.56832855 × 10-9}. ■`

Los números trascendentes e y π se introducen en *Mathematica* escribiendo **E** y **Pi** respectivamente.

La unidad imaginaria i se representa con **I**. Por tanto si queremos poner el número complejo $a + bi$ escribiremos

$$a + bI$$

sin olvidar dejar un espacio, o poner un *, entre b e I para que se multipliquen. Estos números pueden ser introducidos desde el deplegable *Calculator* de *Palettes* → *Basic Math Assistant*.

EJEMPLO 1.3.5 *Hallar los diez primeros dígitos de e, π y de las partes real e imaginaria de la representación binómica del número complejo*

$$\frac{2 + 3i}{2 - 3i}$$

Sol.: Agrupando los 3 cálculos en una única entrada tenemos

$$\text{In}[1] := \{N[E, 10], N[\text{Pi}, 10], N[(2 + 3 I)/(2 - 3 I), 10]\}$$

$$\text{Out}[1] = \{2.718281828, 3.141592654, -0.3846153846 + 0.9230769231 i\}. \blacksquare$$

1.3.4 Factoriales y números combinatorios

El signo de admiración "!" permite calcular el **factorial** de un número.

Por otra parte el número combinatorio $\binom{m}{n}$, que devuelve las combinaciones de m elementos tomados de n en n , se obtiene con el comando

$$\text{Binomial}[m, n]$$

EJEMPLO 1.3.6 *Obtener los coeficientes del binomio*

$$(a + b)^5$$

Sol.: Como los coeficientes son $\binom{5}{0}, \binom{5}{1}, \dots, \binom{5}{5}$ escribimos y simplificamos

$$\text{In}[1] := \{\text{Binomial}[5, 0], \text{Binomial}[5, 1], \dots, \text{Binomial}[5, 5]\}$$

$$\text{Out}[1] = \{1, 5, 10, 10, 5, 1\}. \blacksquare$$

Nota 1.3.1 *El doble factorial "!!" representa el semifactorial. Recordamos que si $n \in \mathbb{N}$, se verifica que*

$$(2n - 1)!! = (2n - 1)(2n - 3) \cdot \dots \cdot 1, \quad (2n)!! = (2n)(2n - 2) \cdot \dots \cdot 2. \blacksquare$$

1.3.5 Uso de Outputs y expresiones anteriores

Los símbolos % y %n son utilizados respectivamente para recuperar el *Output* último y *n*-simo.

EJEMPLO 1.3.7 Utilizar el resultado del ejemplo anterior para calcular $1!$, $5!$ y $10!$ con una sola instrucción.

Sol.: Suponiendo realizado el ejemplo anterior simplificamos

$In[2] := \%!$

$Out[2] = \{1, 120, 3628800, 3628800, 120, 1\}$

Los tres primeros números son los factoriales buscados. ■

Eventualmente puede ser útil emplear *Ctrl+L* para escribir de nuevo la celda que se encuentra en la parte superior del cursor.

1.4 Operaciones lógicas

Además de las operaciones algebraicas, *Mathematica* dispone de algunos operadores lógicos que pueden tomar los valores *True* o *False*. Destacamos:

$<$, $<=$, $>$, $>=$, $==$ y \neq

Tendremos en cuenta que el operador lógico de igualdad es “ $==$ ” y no “ $=$ ”. Este último es un operador de asignación tal y como veremos en la Sección 2.1.1. Por otra parte la desigualdad \neq se introduce tecleando “ $!=$ ” pero “ $!!$ ” prevalece como semifactorial delante de un “ $=$ ”.

EJEMPLO 1.4.1 Evaluar $4! \leq 5!!$, $4! \neq 5!!$, $4! = 4!!3!!$, $4 \neq 4!!3!!$. Luego introducir literalmente en otra lista “ $4!! = 3$, $3 = 4!!$, $12! = 4$, $1!!! = 1$ ” justificando las respuestas a este segundo *Input*.

Sol.: Introducimos las expresiones en sendas listas y ejecutando,

$In[1] := \{4! <= 5!!, (4!) != 5!!, (4!) == 4!!3!!, 4 != 4!!3!!\}$

$Out[1] = \{\text{False}, \text{True}, \text{True}, \text{True}\}$

$In[2] := \{4!! = 3, 3 = 4!!, 12! = 4, 1!!! = 1\}$

...Set: Tag Factorial2 in 4!! is Protected.

...Set: Cannot assign to raw object 3.

$Out[2] = \{3, 8, \text{True}, \text{False}\}$.

En el primer elemento de $Out[2]$ avisa que es imposible asignar a $4!!$ el valor 3 (el valor $4!!$ está protegido), en el segundo que no puede asignarle a 3 el valor 8, en el tercero dice que es cierto que $12 \neq 4$ y en el cuarto que es falso que $1!! \neq 1$. ■

Hay otros operadores lógicos disponibles en *Mathematica* que pueden ser de utilidad sobretodo en la definición de funciones:

$\&\&$ o $And[_ , _]$ hace la conjunción,

$||$ o $Or[_ , _]$ hace la disyunción,

$Not[_]$ o $!$ es la negación de una proposición.

1.5 Guardar, recuperar o imprimir ficheros

El programa *Mathematica* posibilita el almacenamiento de datos e instrucciones en ficheros para utilizarlos posteriormente. Así dentro dentro del menú *File* aparecen:

Save para guardar las modificaciones realizadas en el fichero.

Save As... para guardar generando un fichero nuevo.

Save to Wolfram Cloud... salva en la nube Wolfram.

Save Selection As... salva únicamente las celdas que hayamos seleccionado.

Las tres últimas opciones generan un fichero al que debemos dar un nombre y *Mathematica* le asigna la extensión *.nb*.

Cuando queremos abrir un fichero de *Mathematica* debemos usar la opción **Open...** dentro del menú *File*. Al activar esta opción podremos abrir un fichero creado con *Mathematica* que tendrá una de las siguientes extensiones:

**.nb, *.nbp, *.m, o *.ma*

Cuando cargamos un fichero y hacemos cualquier modificación sobre él aparece un “*” junto al nombre del fichero hasta que haya sido guardado. De esta manera sabremos si en un fichero han sido guardadas las últimas modificaciones.

Para imprimir disponemos de las opciones siguientes del menú *File*:

Print... para imprimir el *Notebook* que estamos utilizando o las celdas que hayamos seleccionado.

Printing Settings... permite modificar las opciones de la impresión, encabezados, etc.

Print Selection... para imprimir una selección de celdas.

1.6 Ejercicios propuestos

1. En la barra de menús despliega e investiga las siguientes opciones de:
 - (a) *Format* respecto de *Style*, *Font...*, y *Text Alignment*.
 - (b) *Cell* para agrupar, separar, enlazar, etc. celdas.
 - (c) *Palettes* dentro de *Basic Math Assistant*.
2. Introduce las siguientes operaciones y compara las respuestas:
 - (a) *Simplify[Sqrt[x^2]]*
 - (b) *Simplify[Sqrt[x^2], x ∈ Reals]*
 - (c) *Simplify[Sqrt[x^2], x > 0]*
3. Calcula e^π de modo aproximado con 22 dígitos.

4. Averigua las posibilidades que tienes de elegir 7 números concretos de entre 39 si no puedes repetir ninguno y el orden de elección en que son elegidos dichos números:
 - (a) distingue una opción de otra.
 - (b) no distingue una opción de otra.
5. Comprueba la respuesta que el programa da a estas instrucciones:
 - (a) $E^0 == 0$ y $E^0 == 1$.
 - (b) $\text{Log}[2] + \text{Log}[3] == \text{Log}[5]$,
 $\text{Log}[2] + \text{Log}[3] == \text{Log}[6]$,
 $\text{Simplify}[\text{Log}[2] + \text{Log}[3]]$.
 - (c) $7 > 3 \& \& 7 < 9$ y $7 > 3 \& \& 7 < 5$.
6. Imprime y guarda con el nombre `cap1_apellido.nb` un fichero con los ejercicios realizados hasta ahora.

Capítulo 2

Variables y listas

2.1 Variables

2.1.1 Asignación y liberación de valores

Los comandos encargados de asignar valores o expresiones son

“=” y “:=”,

que no devuelven una respuesta lógica en términos de *True* o *False*.

El símbolo “=” se utiliza para asignar un valor determinado a una constante. Por ejemplo $a = 2$ asigna a la constante a el valor fijo 2. Una nueva asignación de la variable a sustituirá la asignación anterior.

El comando “:=” define constantes y funciones pero no atribuye un valor fijo como hace “ = ”. Así su valor variará según lo hagan los parámetros de los que dependa. Esta definición es almacenada y no sale como *Output*.

EJEMPLO 2.1.1 *Estudiar el comportamiento de los comandos de asignación “ = ” y “ := ” sobre la variable $a = 3b$ cuando se modifica el valor de b .*

Sol.: Para estudiar el comportamiento de “ = ” introducimos

In[1] := $b = 5; a = 3 * b; b = 4; a$

Out[1] = 15

La incorporación de “;” se utiliza para evitar la respuesta en pantalla de las asignaciones y para hacer varias asignaciones en una única línea.

La respuesta varía si se realiza la asignación con “:=”

In[2] := $b = 5; a := 3 * b; b = 4; a$

Out[2] = 12

En el primer caso (=), a toma el valor de la primera asignación y queda fijo aunque el valor de b sea modificado. En el segundo caso (:=), al modificar el valor de b , queda modificado también el valor de a . ■

Para liberar una variable v de un valor anteriormente asignado se utiliza

Clear[v]

Con **Clear**[$_$, $_$, $_$] se puede liberar las variables separadas por comas que se especifiquen. Similarmente **Clear**["Global" * "] libera todas las definiciones y valores asignados¹. El comando **ClearAll**[v] produce un borrado más profundo que **Clear**[$_$] pero ambos necesitan los corchetes y al menos un argumento.

EJEMPLO 2.1.2 *Considerando realizado el ejemplo anterior, introducir $\{a, b\}$. Posteriormente liberar las variables a, b de los valores asignados y comprobar la liberación volviendo a introducir $\{a, b\}$.*

Sol.: Introducimos

In[3] := $\{a, b\}$

Out[3] = $\{12, 4\}$

In[4] := **Clear**[a, b]

In[5] := $\{a, b\}$

Out[5] = $\{a, b\}$.

Recordamos que $\%n$ hace referencia a la salida n . Por ello si ahora introducimos $\%3$ la salida sería $\{12, 4\}$ nuevamente a pesar de que las variables a, b ya estén liberadas. ■

¹Cada vez que se introduzca variables es recomendable emplear un **Clear** para evitar el riesgo de realizar cálculos con valores asignados anteriormente.

**Para seguir leyendo, inicie el
proceso de compra, click aquí**