académica

Cuestiones y problemas resueltos de Ingeniería Térmica

Gabriela Bracho León | Francisco José Arnau Martínez
Santiago A. Molina Alcaide | Vicente Dolz Ruiz

edUPV
Universitat Politècnica de València

Cuestiones y problemas resueltos de Ingeniería Térmica

Gabriela Bracho León
Santiago A. Molina Alcaide
Francisco José Arnau Martínez
Vicente Dolz Ruiz

edUPV
Universitat Politècnica de València

Colección *Académica* http://tiny.cc/edUPV_aca

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita:
Bracho León, Gabriela; Arnau Martínez, Francisco José; Molina Alcaide, Santiago A.;
Dolz Ruiz; Vicente (2023). *Cuestiones y problemas resueltos de Ingeniería Térmica.*
Valencia: edUPV

Venta: www.lalibreria.upv.es / Ref.: 6633_01_01_01

ISBN: 978-84-1396-143-9 (versión impresa)
ISBN: 978-84-1396-144-6 (versión electrónica)

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a edicion@editorial.upv.es

edUPV se compromete con la ecoimpresión y utiliza papeles de proveedores que cumplen con los estándares de sostenibilidad medioambiental
https://editorialupv.webs.upv.es/compromiso-medioambiental/

Autores

Gabriela Bracho León

Doctora Ingeniero Mecánico por la Universitat Politècnica de València (UPV). Trabajó en el Centro de Investigación de motores avanzados de General Electric. Es profesora ayudante doctor en el Departamento de Máquinas y Motores Térmicos de la UPV. Ha impartido docencia de asignaturas de formación básicas como Ingeniería Térmica y Termodinámica. Es co-autora de varias ponencias orientadas a la mejora docente. Sus actividades de investigación están relacionadas con la comprensión y la optimización de los procesos de inyección – combustión de plantas propulsivas. Como fruto de su investigación ha participado en más de 22 proyectos de investigación financiados por instituciones públicas y/o empresas internacionales del sector de la automoción y la energía. Es co-autora de varios artículos publicados en revistas científicas internacionales indexadas, así como de contribuciones a congresos internacionales.

Francisco José Arnau Martínez

Doctor Ingeniero Industrial por la Universitat Politècnica de València (UPV). Profesor en el Departamento de Máquinas y Motores Térmicos de la UPV. Ha impartido docencia en asignatura como Ingeniería Térmica, Termodinámica o Máquinas Térmicas en varias titulaciones. Es co-autor de varias publicaciones docentes como libros, artículos en revista o ponencias en congresos. Su actividad investigadora se centra en el modelado de procesos termo fluidos dinámicos y como fruto de esta investigación ha participado en numerosos contratos con empresas y proyectos financiados por instituciones públicas como los gobiernos valenciano y español o la unión europea actuando en alguno de ellos como investigador principal. También es co-autor de alrededor de 50 publicaciones científicas en revistas indexadas, ponencias en congresos y conferencias relacionadas con la temática de investigación, así como de una patente.

Santiago A. Molina Alcaide

Ingeniero Mecánico por la Universidad Nacional de San Juan - Argentina (1996) y doctor por la Universitat Politècnica de València (2003). Tiene más de 25 años de experiencia docente y en la actualidad es catedrático de universidad en la UPV. Su área de investigación es el estudio del proceso de combustión en MCIA, focalizada en combustibles libre de carbono como el hidrógeno. Ha publicado más de 50 artículos de investigación en revistas indexadas y numerosas contribuciones a congresos. También ha sido investigador principal de proyectos europeos, nacionales y proyectos I+D+I con empresas privadas.

Vicente Dolz Ruiz

Doctor Ingeniero Mecánico por la Universitat Politècnica de València (UPV). Profesor en el Departamento de Máquinas y Motores Térmicos de esta universidad. Ha impartido docencia de asignaturas de formación básicas como Ingeniería Térmica, Mecánica de Fluidos y Termodinámica. Es co-autor de varias ponencias orientadas a la mejora docente. Sus actividades de investigación están relacionadas con el aprovechamiento energético de fuentes de calor de baja temperatura. Como fruto de su investigación ha participado en más de 70 proyectos de investigación financiados por instituciones públicas y/o empresas internacionales del sector de la automoción y la energía. Es co-autor de varios artículos publicados en revistas científicas internacionales indexadas, así como de contribuciones a congresos internacionales.

Resumen

Este libro recoge una colección de ejercicios resueltos de Ingeniería Térmica distribuidos en cinco capítulos en los que se tratan diferentes aspectos de la transmisión de calor. Se abordan los mecanismos básicos como la transmisión de calor por conducción, por convección y por radiación, así como los fundamentos de intercambiadores de calor y máquinas térmicas de ciclo inverso, dispositivos éstos diseñados para transferir calor entre fluidos.

El libro pretende dotar a la comunidad universitaria de material de apoyo para la adquisición de destrezas en la resolución de ejercicios prácticos de Ingeniería Térmica. El conjunto resulta una colección de cuestiones homogénea y completa, adecuada para reforzar, a través de ejercicios prácticos, los conceptos adquiridos por alumnos de Ingeniería con especialidades afines a la materia.

Prólogo

Este libro presenta una colección de cuestiones y problemas resueltos cuidadosamente seleccionados por los autores, relacionados con los aspectos fundamentales de los mecanismos de transmisión de calor. Tiene como objetivo, por un lado, reforzar los conceptos de los alumnos en las carreras de Ingeniería y, por otro, mostrar la aplicación práctica de dichos conceptos.

El libro está estructurado en cinco capítulos. En los primeros dos capítulos se plantean problemas referidos a los mecanismos básicos de transmisión de calor: conducción y convección en el primero y radiación en el segundo. El capítulo tres se centra en intercambiadores de calor y el cuarto en problemas de aplicación a ciclos frigoríficos. Finalmente, el último capítulo se focaliza en problemas de aplicación general, incluyendo algunos de conducción de calor en transitorios térmicos.

El libro que tengo la satisfacción de prologar es fruto de la motivación docente de cuatro profesores del Departamento de Máquinas y Motores Térmicos que he dirigido durante los últimos cuatro años, y constituye un aporte más a las publicaciones docentes que lleva a cargo el Departamento. Confío en que sea de utilidad para toda la comunidad universitaria y en particular para nuestros estudiantes de Ingeniería.

Vicente Macián Martínez
Catedrático de Universidad
Departamento de Máquinas y Motores Térmicos
Universitat Politècnica de València

Introducción

La Ingeniería Térmica se dedica a estudiar los distintos mecanismos de transferencia de calor presentes en numerosas aplicaciones industriales y en la vida cotidiana, así como el análisis de intercambiadores de calor y de sistemas de producción de frío. Como ingenieros, es importante comprender los mecanismos físicos de los diferentes modos de transferencia de calor, así como aprender a usar las ecuaciones que cuantifican la cantidad de energía que se transfiere por unidad de tiempo. Actualmente la ingeniería trata de resolver problemas asociados con la producción y conversión de energía, donde la transferencia de calor es un tema crucial para abordar una amplia gama de desafíos tecnológicos y ambientales. El objetivo de este texto es presentar una colección de ejercicios donde se resuelven cuestiones y problemas relacionados con los modos de transferencia de calor, mediante el desarrollo de expresiones para calcular los flujos de calor y potencias térmicas, entre otros.

El libro que se presenta está basado en la experiencia profesional y docente de los autores en asignaturas de Ingeniería Térmica, Termodinámica, Mecánica de Fluidos y Máquinas Térmicas impartidas en varios campos de la ingeniería como son las titulaciones de Ingeniería Mecánica, Ingeniería Aeroespacial, Ingeniería Industrial e Ingeniería Electrónica Industrial y Automática de la Universitat Politècnica de València y se ha redactado con la intención de que sea útil en cualquier otro curso relacionado con esta ciencia. El texto presenta una serie de casos prácticos que surgen en la industria y que su resolución requiere de la aplicación de los fundamentos de la transmisión de calor. Se incluyen ejemplos y problemas que motiven a los alumnos con aplicaciones interesantes, pero cuyas soluciones se basen firmemente en principios fundamentales. Las resoluciones de las cuestiones planteadas siguen una metodología rigurosa y sistemática, de tal manera que el texto sirva como un recurso valioso y cotidiano para estudiantes e ingenieros en ejercicio a lo largo de sus carreras.

Para facilitar el seguimiento del libro, este se estructura en bloques temáticos. Cada bloque presenta una batería de cuestiones y problemas que van aumentando su complejidad progresivamente, para favorecer el proceso de aprendizaje. En el primer bloque se estudiarán las tres formas de transmisión de calor: conducción, convección y radiación. En el segundo bloque, se profundizará en los intercambiadores de calor, tanto desde un punto de vista de análisis como desde el dimensionamiento de los mismos. En el último bloque se presentarán las máquinas de refrigeración, centrándose en el análisis energético de las máquinas frigoríficas por compresión de un vapor.

Cada Bloquiii se divide en capítulos donde el primer capítulo contiene cuestio-nes y problemas de la **transmisión de calor por conducción y convección** en diferentes geometrías, tanto pared plana, así como en conductos de sección transversal circular, típicos de tuberías y cableado. El segundo capítulo se centra en la **transmisión de calor por radiación**, con diversas aplicaciones industriales, desde un colector solar y el efecto de la radiación en el calenta-miento de un horno, hasta la pérdida de calor por radiación en un turbogrupo para automoción. El tercer capítulo se basa en el planteamiento y resolución de problemas relacionados con **intercambiadores de calor** utilizando dife-rentes métodos como el de la Diferencia de Temperaturas Media Logarítmica (DTML) y el de la Eficiencia - Número de Unidades de Transferencia (NTU). En el capítulo 4 se resuelven ejemplos de **máquinas frigoríficas y de bomba de calor**, de ciclos reales simples, dobles, compuestos y con diferentes fluidos refrigerantes. El quinto y último capítulo presenta **aplicaciones reales** donde se presentan problemas transitorios, donde la variación de temperatura cambia con el tiempo, así como otros ejemplos que aplican simultáneamente dos o mas conceptos que se resolvieron de manera mas aislada en los bloques anteriores.

La combinación de los bloques dan como resultado un texto compuesto por una colección de cuestiones y problemas, que refuerzan desde un punto de vista práctico los conceptos relacionados con el estudio de la ingeniería térmica y de la termodinámica.

Índice general

Tabla de símbolos

Latinos

A	Área	m^2
C	Capacidad calorífica	W/K
c_p	Calor específico a presión constante	J/(kg K)
c_v	Calor específico a volumen constante	J/(kg K)
D	Diámetro	m
E	Potencia emisiva	$\mathrm{W/m}^2$
F	Factor de corrección en intercambiadores	$--$
	Fuerza	N
f	Factor de fricción	$--$
g	Aceleración de la gravedad	$\mathrm{m/s}^2$
G	Radiación incidente	$\mathrm{W/m}^2$
h	Entalpía específica	J/kg
	Coeficiente de película	$\mathrm{W/(m^2\,K)}$
h_{vap}	Calor latente de vaporización	J/kg
J	Radiosidad	$\mathrm{W/m}^2$
k	Conductividad térmica	W/(m K)
L	Longitud	m
m	Masa	kg
$\dot{m}$	Gasto másico	kg/s
p	Presión	bar, Pa
P	Perímetro	m
Q	Calor	J
q''	Flujo de calor	$\mathrm{J/m}^2$

$\dot{Q}$	Potencia calorífica	W
$\dot{q}''$	Potencia calorífica por unidad de área	W/m^2
r	Radio	m
R	Constante particular del gas	J/(kg K)
t	Tiempo	s
T	Temperatura	°C, K
u	Energía interna específica	J/kg
	Velocidad	m/s
V	Volumen	m^3
$\dot{V}$	Gasto volumétrico	m^3/s
v	Volumen específico	m^3/kg

Griegos

α	Difusividad térmica	m^2/s
	Absortividad	−−
β	Coeficiente de dilatación	1/K
ε	Eficiencia de un intercambiador	−−
	Emisividad	−−
η	Rendimiento	−−
ρ	Densidad	kg/m^3
μ	Viscosidad dinámica	kg/(m s)
ν	Viscosidad cinemática	m^2/s
σ	Constante de Stefan-Boltzmann ($5.67 \cdot 10^{-8}$)	$W/(m^2\,K^4)$

Números adimensionales

Bi	Número de Biot
Gr	Número de Grashof
Nu	Número de Nusselt
Pr	Número de Prandtl
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds

Subíndices y superíndices

atm	Atmosférico
c	Caliente, compresor
cc	Contra corriente
ex	Exterior
en	Entrada
f	Frío
in	Interior

l	Líquido
m	media
sa	Salida
v	Vapor
t	Transversal, tubo, turbina
tot	Total

Siglas

DTML	Diferencia de temperaturas media logarítmica	°C, K
COP	Coeficiente de rendimiento	
NTU	Número de unidades de Transferencia	

Capítulo 1

Transmisión de calor por conducción y por convección

1.1 Pérdidas de calor en conductos de calefacción

Un conducto de calefacción de $l = 10\,\mathrm{m}$ de largo y sección cuadrada de lado $a = 20\,\mathrm{cm}$ es instalado en un falso techo de un edificio de viviendas. El aire caliente entra en el conducto a $p_{en} = 1\,\mathrm{bar}$ y $T_{en} = 70\,^{\circ}\mathrm{C}$ y con una velocidad promedio de $u = 2\,\mathrm{m/s}$. A la salida del conducto, antes del difusor del techo, se mide una temperatura de $T_{sa} = 45\,^{\circ}\mathrm{C}$. Considerando despreciables las pérdidas de presión en el conducto. Se pide:

1. Las pérdidas de calor en el conducto.
2. El coste por hora de esta pérdida de calor. Considerando que la casa está calefactada por una caldera de gas natural que tiene un rendimiento del $\eta = 85\,\%$ y que el coste del gas natural es de 0.06 €/kWh.

Propiedades

Se asumirán condiciones estacionarias en el problema y el aire como gas ideal. La constante del aire R se supondrá de $287\,\mathrm{J/(kg\,K)}$. Las condiciones del aire serán evaluadas a la temperatura promedio es decir $(70{+}45)/2{=}\ 57.5\,°\mathrm{C}$ a esta temperatura, se puede obtener que el $c_p = 1.008\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}$. Nótese que el calor específico es una magnitud física que se define como la cantidad de calor que hay que suministrar a la unidad de masa de una sustancia para elevar su temperatura en una unidad. Así, en unidades del Sistema Internacional, el calor específico se expresa en $\mathrm{kJ/(kg\,K)}$ y estas serán las unidades utilizadas en este libro. Sin embargo, en algunos casos esta magnitud viene expresada en $\mathrm{kJ/(kg\,°C)}$, ya que en este caso, al ser una magnitud definida a partir de un incremento de temperaturas es equivalente referirse a °C o K.

Solución:

Apartado 1

Considerando condiciones estacionarias, el calor transmitido a través de las paredes del conducto se puede estimar como:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Donde $\dot{m}$ es el flujo másico de aire y ΔT es la diferencia de temperatura entre la entrada y la salida del conducto. Así, para poder calcular el calor transmitido, se debe determinar previamente el flujo másico como:

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A$$

Donde ρ sería la densidad promedio y u la velocidad promedio del flujo de aire que circula por la sección del conducto A. Considerando condiciones a la entrada del conducto se tiene:

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{100\,000}{287 \cdot (70 + 273)} = 1.016\,\mathrm{kg/m^3}$$

$$A = a^2 = 0.2^2 = 0.04\,\mathrm{m^2}$$

Con lo cual, el flujo másico se puede calcular como:

$$\dot{m} = 1.016 \cdot 2 \cdot 0.04 = 0.0813\,\mathrm{kg/s}$$

y el calor transmitido por las paredes del conducto, será:

$$\dot{Q} = 0.0813 \cdot 1.008 \cdot (70 - 45) = 2.049\,\mathrm{kW}$$

Apartado 2

El coste por hora de la energía perdida por transmisión de calor es:

$$\frac{\dot{Q} \cdot coste}{\eta} = \frac{2.049 \cdot 0.06}{0.85} = 0.145\,€/\mathrm{h}$$

Esto significa que se pierden algo más de 14 céntimos por hora debido a las pérdidas de calor en las conducciones. Considerando que la calefacción funciona 14 horas al día durante 120 días al año, se puede obtener la estimación del coste de las pérdidas de calor anuales de 244 €. Parte de estas pérdidas podrían ahorrarse mejorando el aislamiento del conducto.

1.2 Pérdidas de calor en una casa de campo

Una casa de campo de madera calefactada eléctricamente tiene una planta rectangular de 8 m por 10 m. La casa tiene un techo plano de 20 cm de espesor y cuatro paredes, que conforman la fachada exterior de la casa, con alturas de 2.5 m y espesores de 30 cm. Tanto el techo como las paredes han sido construidos con madera de roble de conductividad térmica $k = 0.16\,\mathrm{W/(m\,K)}$. Considerando despreciables las pérdidas de calor por el suelo, que la temperatura en las superficies interiores de las paredes y techo de la casa es de $T_{in} = 17\,°\mathrm{C}$ y la temperatura de las superficies exteriores es de $T_{ex} = 2\,°\mathrm{C}$. Se pide calcular, durante el período nocturno de 11 h:

1. Las pérdidas de calor a la atmósfera durante la noche.
2. El coste económico de esta pérdida de calor. Considerando que el coste de la electricidad es de 0.07 €/kWh.

Propiedades

Se asumirán condiciones estacionarias en el problema, con lo cual el valor de la conductividad térmica se puede asumir constante y de valor $k = 0.16\,\mathrm{W/(m\,K)}$.

Solución:

Apartado 1

Todo el calor será transmitido a través del techo y paredes por conducción, siendo:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{pa} + \dot{Q}_{te} = k \cdot A_{pa} \frac{T_{in} - T_{ex}}{e_{pa}} + k \cdot A_{te} \frac{T_{in} - T_{ex}}{e_{te}}$$

Donde el subíndice *pa* denota condiciones de pared, el subíndice *te* denota condiciones de techo, A es el área por la que se transmite el calor y e es el espesor de techo y paredes. Sustituyendo valores, se puede obtener:

$$\dot{Q} = 0.16 \cdot (2 \cdot 8 + 2 \cdot 10) \cdot 2.5 \frac{17 - 2}{0.3} + 0.16 \cdot (8 \cdot 10) \frac{17 - 2}{0.2} = 1680\,\mathrm{W}$$

Apartado 2

La energía perdida durante el período nocturno se puede calcular como:

$$Q = \dot{Q} \cdot \Delta t = 1680 \cdot 11 = 18\,480\,\mathrm{Wh} = 18.48\,\mathrm{kWh}$$

Con lo cual, el coste de la energía perdida por transmisión de calor durante el período nocturno es:

$$Q \cdot coste = 18.48 \cdot 0.07 = 1.29\,€$$

Esto significa que se pierden algo más de un euro por noche. Mejorar el aislamiento térmico de paredes y techo o disminuir la temperatura de la calefacción durante la noche serían dos acciones que reducirían este coste.

1.3 La placa plana y sus condiciones de contorno

Obtener la distribución de temperaturas en una placa plana de anchura y longitud infinitas, de espesor e y conductividad térmica k. Considerando las siguientes condiciones de contorno:

1. Flujo de calor entrante por la cara a de la placa conocido ($\dot{q}_a$) y temperatura de la placa en la cara a conocida (T_a).
2. Flujo de calor entrante por la cara a de la placa conocido ($\dot{q}_a$) y temperatura de la placa en la cara b conocida (T_b).
3. Temperatura de la placa en la cara a conocida (T_a) y temperatura de la placa en la cara b conocida (T_b).
4. Flujo de calor entrante por la cara a de la placa conocido ($\dot{q}_a$) y flujo de calor saliente por la cara b de la placa conocido ($\dot{q}_b$)

Propiedades

Se asumirán condiciones estacionarias en el problema y que el flujo de calor es unidimensional. Se considerará el valor de la conductividad térmica como constante y que no existe generación de calor dentro de la placa. En este problema, se considerará el eje x de coordenadas como perpendicular a la superficie de la placa y con su origen en la cara a de ésta.

Solución:

Apartado 1

La ecuación de la conducción de calor para el caso de flujo de calor unidimensional, con conductividad térmica constante y sin generación de calor en una placa plana, se puede expresar como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

Integrando esta ecuación, se puede obtener:

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

Donde C_1 es una constante de integración. Integrando de nuevo esta ecuación, se puede obtener la ecuación de la distribución de temperaturas dentro de la placa:

$$T(x) = C_1 \cdot x + C_2$$

Donde C_2 es otra constante de integración. Así, en el caso de la condición de contorno de flujo de calor entrante por la cara a (x =0) de la placa conocido ($\dot{q}_a$), se tiene:

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \quad \text{como} \quad -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_a \quad \Rightarrow \quad \dot{q}_a = -k \cdot C_1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_a}{k}$$

y en el caso de temperatura de la placa en la cara a ($x = 0$) conocida (T_a), se tiene:

$$T(x) = C_1 \cdot x + C_2 \quad \text{como} \quad T(0) = T_a \quad \Rightarrow \quad T_a = C_1 \cdot 0 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = T_a$$

Sustituyendo valores, se obtiene la ecuación de la distribución de temperaturas en la placa.

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_a}{k} \cdot x + T_a$$

Apartado 2

En este caso, para la condición de contorno de flujo de calor entrante por la cara a (x =0) de la placa conocido ($\dot{q}_a$), se llega a la misma conclusión que en el apartado anterior:

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \quad \text{como} \quad -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_a \quad \Rightarrow \quad \dot{q}_a = -k \cdot C_1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_a}{k}$$

y en el caso de temperatura de la placa en la cara b ($x = e$) conocida (T_b), se tiene:

$$T(x) = C_1 \cdot x + C_2 \quad \text{como} \quad T(e) = T_b \quad \Rightarrow \quad T_b = C_1 \cdot e + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = T_b - C_1 \cdot e$$

$$\text{como} \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_a}{k} \quad \Rightarrow \quad C_2 = T_b + \frac{\dot{q}_a \cdot e}{k}$$

Sustituyendo valores, se obtiene la ecuación de la distribución de temperaturas en la placa.

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_a}{k} \cdot x + T_b + \frac{\dot{q}_a \cdot e}{k}$$

Apartado 3

Como se calculó anteriormente para la condición de contorno de temperatura de la placa en la cara a (x =0) conocida (T_a), se tiene:

$$T(x) = C_1 \cdot x + C_2 \quad \text{como} \quad T(0) = T_a \quad \Rightarrow \quad T_a = C_1 \cdot 0 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = T_a$$

y en el caso de temperatura de la placa en la cara b ($x = e$) conocida (T_b), e imponiendo la condición de contorno anterior ($C_2 = T_a$) se tiene:

$$T(x) = C_1 \cdot x + C_2 \quad \text{como} \quad T(e) = T_b \quad \text{y} \quad C_2 = T_a \quad \Rightarrow \quad T_b = C_1 \cdot e + T_a \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad C_1 = \frac{T_b - T_a}{e}$$

Sustituyendo valores, se obtiene la ecuación de la distribución de temperaturas en la placa.

$$T(x) = \frac{T_b - T_a}{e} \cdot x + T_a$$

Apartado 4

En este caso, para la condición de contorno de flujo de calor entrante por la cara a (x =0) de la placa conocido ($\dot{q}_a$), se llega a la misma conclusión que en los apartados anteriores:

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \quad \text{como} \quad -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_a \quad \Rightarrow \quad \dot{q}_a = -k \cdot C_1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_a}{k}$$

y en el caso de flujo de calor saliente por la cara b de la placa conocido ($\dot{q}_b$), se tiene:

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \quad \text{como} \quad -k\frac{dT(e)}{dx} = \dot{q}_b \quad \Rightarrow \quad \dot{q}_b = -k \cdot C_1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_b}{k}$$

En este caso como la constante C_1 no puede tener dos valores diferentes solo existe solución si $\dot{q}_a = \dot{q}_b$. Esta conclusión es lógica, ya que al no tener generación de calor en la placa y estar en un flujo de calor estacionario, todo el flujo de calor que entra por la cara a debe salir por la cara b. Así, en el caso de considerar el flujo de calor constante en toda la placa ($\dot{q} = \dot{q}_a = \dot{q}_b$), se obtiene:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}}{k} \cdot x + C_2$$

Obteniendo una ecuación con infinitas soluciones, ya que C_2 puede tener cualquier valor. Para poder fijar cuanto vale este valor se debería establecer la temperatura en algún punto de la pared, como sucedía en los casos anteriores del problema.

1.4 Pérdidas de calor en el conducto de un evaporador

Un evaporador de agua está compuesto por un tubo de $L = 3\,\mathrm{m}$ de longitud, con un radio interior $r_{in} = 7$ cm y un radio exterior $r_{ex} = 9\,\mathrm{cm}$. El tubo es de aluminio con una conductividad $k = 200\,\mathrm{W/m \cdot K}$. Considerando constantes la temperatura de la superficie interior del conducto ($T_{in} = 100\,°\mathrm{C}$) y la temperatura de la superficie exterior ($T_{ex} = 170\,°\mathrm{C}$):

1. Calcular como es la distribución de temperaturas en la pared del conducto.
2. Estimar el calor que se está aportando al agua del evaporador.

Propiedades

Se asumirán condiciones estacionarias en el problema y que el flujo de calor es unidimensional en la dirección radial. Se considerará el valor de la conductividad térmica como un valor constante.

Solución:

Apartado 1

La ecuación de la conducción de calor para el caso de flujo de calor radial unidimensional, con conductividad térmica constante y sin generación de calor en un cilindro, se puede expresar como:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

Integrando esta ecuación, se puede obtener:

$$r\frac{dT}{dr} = C_1$$

Donde C_1 es una constante de integración. Integrando de nuevo esta ecuación, se puede obtener la ecuación de la distribución de temperaturas dentro del cilindro:

$$T(r) = C_1 \ln(r) + C_2$$

Donde C_2 es otra constante de integración. Así, aplicando las dos condiciones de contorno descritas en el problema, se obtiene:

$$\begin{aligned} T(r_{in}) = T_{in} \quad &\Rightarrow \quad T_{in} = C_1 \ln(r_{in}) + C_2 \\ T(r_{ex}) = T_{ex} \quad &\Rightarrow \quad T_{ex} = C_1 \ln(r_{ex}) + C_2 \end{aligned}$$

Esto define un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (C_1 y C_2). Resolviendo el sistema de ecuaciones, se puede obtener:

$$C_1 = \frac{T_{ex} - T_{in}}{\ln(r_{ex}/r_{in})} \quad \text{y} \quad C_2 = T_{in} - \frac{T_{ex} - T_{in}}{\ln(r_{ex}/r_{in})} \ln(r_{in})$$

Sustituyendo los valores de C_1 y C_2 en la ecuación de la distribución de temperaturas dentro del cilindro, se tiene:

$$T(r) = \frac{\ln(r/r_{in})}{\ln(r_{ex}/r_{in})}(T_{ex} - T_{in}) + T_{in}$$

Sustituyendo los valores numéricos del enunciado del problema, se tiene:

$$T(r) = \frac{\ln(r/0.07)}{\ln(0.09/0.07)}(170 - 100) + 100 = 278.536 \cdot \ln(r/0.07) + 100$$

Donde $T(r)$ estará expresado en °C y r será un valor en metros comprendido entre el radio interior r_{in} y el radio exterior r_{ex}.

Apartado 2

El calor trasferido al agua en el proceso de evaporación, se puede calcular utilizando la ley de Fourier como:

$$\dot{Q} = -k \cdot A \frac{dT}{dr} = -k \cdot (2\pi \cdot r \cdot L) \frac{C_1}{r} = -2\pi \cdot k \cdot L \cdot C_1 = -2\pi \cdot k \cdot L \frac{T_{ex} - T_{in}}{\ln(r_{ex}/r_{in})}$$

Sustituyendo valores y calculando el calor se puede obtener:

$$\dot{Q} = -2\pi \cdot 200 \cdot 3 \frac{170 - 100}{\ln(0.09/0.07)} = -1050.054\,\mathrm{kW}$$

Donde el signo negativo indica que el calor se transmite desde fuera del cilindro hacia dentro. Es decir, en sentido contrario a la coordenada radial.

1.5 Conducción de calor en un cable eléctrico

Un cable eléctrico de $L = 25\,\mathrm{m}$ es utilizado para alimentar un equipo industrial que consume una corriente de $I = 50\,\mathrm{A}$. El cable tiene un diámetro de $D = 3.5\,\mathrm{mm}$ y es de cobre, con una conductividad de $k_{cable} = 380\,\mathrm{W/m\cdot K}$. Éste está cubierto por una capa de aislante de espesor $e = 1\,\mathrm{mm}$ y conductividad térmica $k_{aislante} = 0.33\,\mathrm{W/m\cdot K}$. La caída de tensión en este cable es de $\Delta V_{km} = 3.5\,\mathrm{V/(A\cdot km)}$. Considerando que la temperatura en la superficie exterior del aislante es de $T_{ex} = 40\,^{\circ}\mathrm{C}$, calcular:

1. La temperatura en el interfase entre el cable y su aislante.

2. La temperatura en el centro del cable.

Propiedades

Se considerará que en el cable hay un término de generación de calor por efecto Joule y que esta generación de calor es homogénea dentro del cable. Se asumirán condiciones estacionarias en el problema y que el flujo de calor es unidimensional en dirección radial y axisimétrico, con lo cual, la temperatura a calcular solo dependerá del radio. Se considerarán 3 puntos en el problema: el punto A que se corresponde con el eje central del cable, el punto B que se corresponde con el interfase entre cable y aislante y el punto C que se corresponde con la superficie exterior del aislante. Se considerarán los valores de la conductividad térmica como constantes.

Solución:

Apartado 1

La ecuación diferencial que determina la variación de temperatura dentro de un cable se puede escribir como:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{q}'''}{k} = 0$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden que se puede resolver integrando dos veces y calculando las dos constantes de integración obtenidas a partir de dos condiciones de contorno. En nuestro caso estas condiciones serán:

$$T(r_B) = T_B = T_{interfase}$$

$$\frac{dT(0)}{dr} = 0$$

Donde la primera condición indica que la temperatura en la superficie externa del cable será igual a la temperatura en el interfase cable-aislante. Por otro lado, la segunda condición es la condición de axisimetría en el eje central del cable. Así, multiplicando ambos lados de la ecuación por r e integrando, se puede obtener:

$$r\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}'''}{k}\frac{r^2}{2} + C_1$$

Considerando en esta ecuación la condición de contorno de axisimetría en el eje central (r =0), se puede obtener:

$$0 \cdot \frac{dT(0)}{dr} = -\frac{\dot{q}'''}{2 \cdot k} \cdot 0 + C_1$$

Como tanto el término de generación de calor ($\dot{q}'''$) como el término de la conductividad térmica (k) son considerados valores constantes y finitos, se tiene que:

$$C_1 = 0$$

Sustituyendo el valor obtenido (C_1 =0) en la ecuación general y dividiendo ambos lados de la ecuación entre el radio (r), se tiene:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}'''}{2 \cdot k}r$$

Integrando de nuevo, se puede obtener:

$$T(r) = -\frac{\dot{q}'''}{4 \cdot k}r^2 + C_2$$

Considerando en esta ecuación la condición de contorno de temperatura en la superficie exterior del cable conocida ($T(r_B) = T_B = T_{interfase}$), se puede obtener:

$$T_B = -\frac{\dot{q}'''}{4 \cdot k} r_B^2 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = T_B + \frac{\dot{q}'''}{4 \cdot k} r_B^2$$

Sustituyendo el valor obtenido de C_2 en la ecuación de la distribución de temperatura, se tiene:

$$T_{cable}(r) = T_B + \frac{\dot{q}'''}{4 \cdot k_{cable}} (r_B^2 - r^2)$$

Por otro lado, la distribución de temperaturas en el aislante se puede calcular a partir de la ecuación que se utilizó en el problema anterior para el cilindro, en estacionario y sin generación de calor:

$$\frac{d}{dr}\left(r \frac{dT_{aislante}}{dr}\right) = 0$$

Con las condiciones de contorno:

$$T(r_B) = T_B = T_{interfase}$$

$$T(r_C) = T_C = T_{ex}$$

La solución a esta ecuación, como se vio en el problema anterior, es:

$$T_{aislante}(r) = \frac{\ln(r/r_B)}{\ln(r_C/r_B)} (T_C - T_B) + T_B$$

El flujo de calor generado en el cable se puede obtener a partir de la intensidad de corriente eléctrica y la caída de tensión en el cable por efecto Joule.

$$\Delta V = \Delta V_{km} \cdot I \cdot L = 3.5 \cdot 50 \cdot 0.025 = 4.375\,\mathrm{V}$$

$$\dot{Q} = I \cdot \Delta V = 50 \cdot 4.375 = 218.75\,\mathrm{W}$$

Considerando que esta generación de calor es uniforme en todo el cable, el término de generación de calor se puede estimar como:

$$\dot{q}''' = \frac{\dot{Q}}{L \cdot \pi \cdot D^2/4} = \frac{218.75}{25 \cdot \pi \cdot 0.0035^2/4} = 909.457\,\mathrm{kW/m^3}$$

Considerando que en la interfase cable-aislante, el flujo de calor que pasa por la superficie externa del cable hacia el aislante debe ser el mismo que llega a la superficie interna del aislante desde el cable, se tiene:

$$k_{cable} \frac{dT_{cable}(r_B)}{dr} = k_{aislante} \frac{dT_{aislante}(r_B)}{dr}$$

Donde las derivadas de las temperaturas respecto al radio en esta interfase se han calculado anteriormente:

$$\frac{dT_{cable}(r_B)}{dr} = -\frac{\dot{q}'''}{2 \cdot k_{cable}} r_B \quad \text{y} \quad \frac{dT_{aislante}(r_B)}{dr} = \frac{1}{r_B} \frac{T_C - T_B}{\ln(r_C/r_B)}$$

Sustituyendo los valores de las derivadas, se puede obtener:

$$\frac{k_{aislante}}{r_B} \frac{T_C - T_B}{\ln(r_C/r_B)} = -\frac{\dot{q}''' \cdot r_B}{2}$$

Despejando T_B y sustituyendo valores, se puede calcular la temperatura en el interfase (B) como:

$$T_B = \frac{\dot{q}''' \cdot r_B^2}{2 \cdot k_{aislante}} \cdot \ln\frac{r_C}{r_B} + T_C = \frac{909\,457 \cdot 0.001\,75^2}{2 \cdot 0.33} \cdot \ln\frac{0.002\,75}{0.001\,75} + 40 = 41.907\,^{\circ}\mathrm{C}$$

Apartado 2

Conociendo la temperatura en el interfase cable-aislante (T_B) y utilizando la ecuación de la temperatura interna del cable (T_{cable}), se puede obtener la temperatura en el eje central del cable como:

$$T_A = T_{cable}(0) = T_B + \frac{\dot{q}'''}{4 \cdot k_{cable}}(r_B^2 - 0^2) = 41.907 + \frac{909\,457}{4 \cdot 380} \cdot 0.001\,75^2 = 41.909\,°\mathrm{C}$$

1.6 Convección de calor a partir de la fuerza aerodinámica en el ala de un UAV

El ala de un UAV tiene una longitud $L_1 = 20\,\mathrm{cm}$, una envergadura $L_2 = 2\,\mathrm{m}$ y un espesor despreciable. La velocidad del vehículo es $u = 200\,\mathrm{km/h}$ y la temperatura del aire es $T = 20\,^{\circ}\mathrm{C}$. En estas condiciones, la fuerza de resistencia aerodinámica del ala sobre el vehículo es de $F = 10\,\mathrm{N}$. Considerando que la curvatura del ala es muy pequeña, su espesor despreciable y que el flujo es paralelo a la superficie, calcular:

1. El coeficiente de convección de calor medio del ala.

Propiedades

Al poder asumir espesor despreciable y flujo paralelo a la superficie, se considerarán despreciables los efectos debidos a resistencia aerodinámica de presión y resistencia inducida, de tal forma que solo se considerará la resistencia aerodinámica debida a la fricción del aire con el perfil. Se asumirán condiciones estacionarias en el problema. Las propiedades del aire se evaluarán a una temperatura $T = 20\,^{\circ}\mathrm{C}$ y a presión atmosférica $p = 1.013\,\mathrm{bar}$. En estas condiciones, se tiene $\rho = 1.205\,\mathrm{kg/m^3}$, $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Ns/m^2}$ $c_p = 1.006\,\mathrm{kJ/kg^{\circ}C}$ y $k = 0.0259\,\mathrm{W/mK}$.

Solución:

Apartado 1

Para resolver este problema se utilizará la Analogía de Reynolds. Esta analogía tiene lugar cuando se considera flujo estacionario, incompresible, laminar y con las propiedades del gas constantes. En este caso y si el número de Prandtl es igual a 1 ($Pr = 1$) las ecuaciones de conservación del momento y la energía son análogas y por lo tanto, cerca de la pared, el gradiente de temperaturas es igual al gradiente de velocidades.

$$\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

Considerando por otro lado la definición del coeficiente de fricción y el número de Nusselt como:

Para seguir leyendo, inicie el proceso de compra, click aquí